教育実践研究　第30集（2020）67－72

［算数・数学］

分数の除法の意味を実感的に理解するための教材の工夫

山崎　尚子＊

1　はじめに

現行の算数科の学習指導要領（平成20年８月）では，第５学年の目標に「整数の性質についての理解を深める。また，小数の乗法及び除法や分数の加法及び減法の意味についての理解を深め，それらの計算の仕方を考え，用いることができるようにする」と記されている。しかし，令和２年度より施行される新学習指導要領（平成29年告示）においては，第５学年の目標に「数とその表現や計算の意味に着目し，目的に合った表現方法を用いて数の性質や計算の仕方などを考察する力（途中省略）などを養う」と記されている。新学習指導要領では，「目的に合った表現方法を用いて数の性質や計算の仕方などを考察する力」という言葉が現行の学習指導要領に追加された。これまでも，計算の仕方を考えることが重視されてきたが，「目的に合った表現方法を用いて考察する力」をより一層強く求めていることが分かる。

自学級で，小学校５年算数の「体積」を学習した際に，立式するよりもブロック等の具体物を用いて，書き出したり，数えたりすることで理解を深める児童がいた。この時，手元で操作できる具体物が実感的な理解へとつながり，言葉や図，式を結び付けて，児童の思考の助けになることを実感した。

では，（分数）÷（整数）の除法における計算の意味を理解するためには，どのような指導方法が有効なのであろうか。松丸（2012）は，分数で表されている量や数量の関係について「実感的に理解できるようにする」ことの大切さを指摘している。そして，「計算の意味を実感的に理解する」とは，①数量の関係を感覚でとらえることができる，②式で表すよさを感じることができるの２つの要件によって支えられていると述べている。このような「実感的な理解を伴う学習活動」とは，松丸は，以下に述べる一連の活動が成立することで実現すると報告している。

ア　これまでの問題場面と同じところ違うところを明らかにし，解決すべき点を明らかにする。
イ　問題に示された数量の関係を図で表し，解決の見通しを立てる。
ウ　具体的操作によって，問題に示された数量や答えの数量について，実際に調べる。
エ　数量の関係を式で表し，その式でよい理由を説明する。

本論文は，（分数）÷（整数）の除法において，松丸が報告する「実感的な理解を伴う学習活動」の展開に基づいて追試を行い，計算の意味の実感的な理解が得られる教材を明らかにすることを目的とする。松丸は，立式後，計算で求めた答えが実際に操作した具体物の数量と合致することを「実感的な理解」と捉えている。本研究では，（分数）÷（整数）の除法において，△/○ ÷□＝△/ ○×□となる計算の仕方が実際に操作した具体物の数量の変化と合致することで，計算の意味における「実感的な理解」が得られるのではないかと予想し，松丸の追試を行うことにした。

2　研究の方法と内容

⑴　研究の方法

（分数）÷（整数）の除法における計算の意味を理解する過程において，単位分数の大きさについての実感的な理解に着目する。そのために，松丸が示す「実感的な理解を伴う学習活動」に基づいて授業を展開し，計算の意味の実感的な理解が得られたかどうか探っていく。

①　「実感的な理解を伴う学習活動」により計算の意味の理解を促す

松丸が提案する「実感的な理解を伴う学習活動」に基づき，本研究では，次のように授業を展開していくこととした。下線を引いたところが，松丸の考えに基づいた本時での捉え方である。

これにより，（分数）÷（整数）の除法における計算が，△/○ ÷□＝△/ ○×□となる計算の仕方とともに計算の意味が理解されたかを分析する。

＊上越市立保倉小学校

ア　これまでの問題場面と同じところ違うところを明らかにし，解決すべき点を明らかにする。
…導入で前時と同じところ違うところを明らかにし，解決の見通しをもつ。
イ　問題に示された数量の関係を図で表し，解決の見通しを立てる。
…板書や児童のワークシートに図を用い，１つのカステラをイメージして考える。
ウ　具体的操作によって，問題に示された数量や答えの数量について，実際に調べる。
…分数を示したカステラの図を操作し，１人分を求める。
エ　数量の関係を式で表し，その式でよい理由を説明する。
…数量の関係を式で表し，その式でよい理由を友達に説明したり，学習後の振り返りに書いたりする。

②　図の活用により，単位分数の大きさについて実感的な理解を促す

松丸は，「実感的な理解」を得るためには，実際に操作して，その数量を目で見て確かめられる素材が有効であるという立場をとっている。本研究においても，松丸の主張に賛成である。しかし，（分数）÷（整数）の除法において，教科書（『みんなと学ぶ５年』p171，173）では，学習素材にじょうろ１杯分で水を撒ける花壇の面積とみかん１個分で作れるジュースの量を扱っている。これでは，どちらも実際に操作して，その数量を目で見て確かめるのは困難だと考える。それは，花壇では，児童が均質的に水を撒くのは大変困難であり，水を撒いた花壇の面積を数量として捉えるのは難しいからである。また，ジュースでは，液体量が流動的に変容するため，実際に操作を行った際に誤差が出やすく扱いにくいと判断した。そこで，本研究では，正方形のカステラ（具体物，半具体物）を素材とし，学習を進めることにした。

問題は，「3/4個のカステラを５人で同じに分けると，１人分はどれだけになるでしょうか」とした。この時，（分数）÷（整数）の計算の意味を実感的に理解するためには，単位分数の大きさの変化を視覚的に捉えられる図（以下「パラパラカステラ」と呼ぶ）が有効ではないかと予想した。そこで，図１に示す５枚のカードを重ねて示し，単位分数の変化を児童に提示することにした。これにより，具体物（本物のカステラ）や半具体物（カステラの図）を操作することで，単位分数の大きさの変化や（分数）÷（整数）の数量感覚について，実感的な理解が得られたかを分析する。

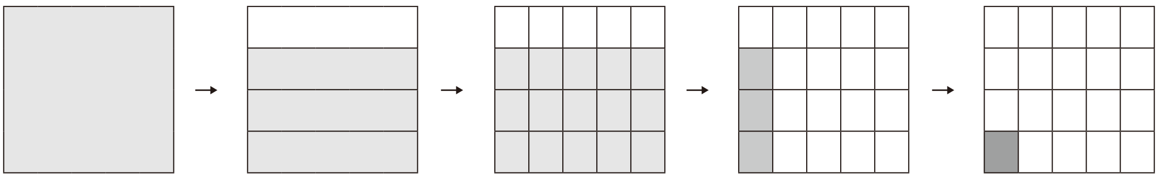


図１　3/4　÷5　を表した「パラパラカステラ」

⑵　研究の内容

２名の抽出児の考え方の変容に着眼する。児童のワークシートに記された自力解決時の疑問，考え方，学習後の振り返りをもとに考えの変容を分析し，この手立ての有効性を探っていく。抽出児は，これまでの算数科の学習において思考力の異なる２名の児童を抽出した。１人目のＡ児は，思考力が高く，既習事項を生かして考えることが得意な児童である。２人目のＢ児は，思考力はやや低いが，図に表して考えることで理解を深める児童である。

3　研究の実際

⑴　研究の時期　　平成30年11月19日（月）５限
⑵　研究対象　　公立小学校　第５学年　12名
⑶　指導計画
①　単元名　　小学校５年　算数「分数のかけ算とわり算」
②　単元の目標　　乗数や除数が整数である場合の分数の乗法及び除法の意味について理解し，計算の仕方を考え，それらの計算ができる。
③　授業者　　教諭　山崎　尚子　　教頭　竹内　聖子　　※単元を通して，ＴＴ指導を行った。
④　（分数）÷（整数）における前時の学習内容

前時では，分子の操作によって求めることのできる（分数）÷（整数）を学習した。本時の問題は，「4/5個のカステラ

を２人で同じに分けると，１人分はどれだけになるでしょうか」とした。このとき，児童は全員が分子の操作（図２「きれ分け分け式」と呼ぶ）によって答えを求めた。

他に，児童からは出なかったが，教科書に記載のあった考え方（図３「たて切れ式」と呼ぶ）を教師から提示した。この時，「２人で分けるということは，半分にするということだ」という理解は，児童から容易に得られた。そのため，「たて切れ式」の縦に半分に分けるという点においては，すぐにその量感をつかむことができた。しかし，１人分の量という点では，理解が得られなかった。そこで，「パラパラカステラ」を用いて，カステラ１個（5/5個），4/5個，２等分後の4/10個を提示し，単位分数の変化に気付くようにした。さらに，正方形に焼いた実物のカステラ4/5個を実際に半分に切り分け，１人分はカステラ１個を10等分した内の４つ分（4/10＝2/5）であることを確認した。（図４）この時，カステラ１個（5/5個）の大きさは，カステラの下に紙を引いて表し，カステラ4/5個，カステラ4/10個（2/5個）の量感を確認した。児童は，実物が切り分けられていく様子を見て「きれの大きさが小さくなっていく」と，単位分数の変化に気付いた。また，除数の整数が大きくなるほど商が小さくなることにも気付き，商の見積りを立てる際に生かされた。

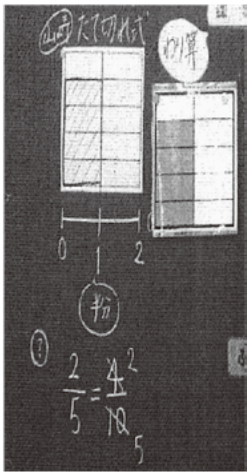


図３　たて切れ式

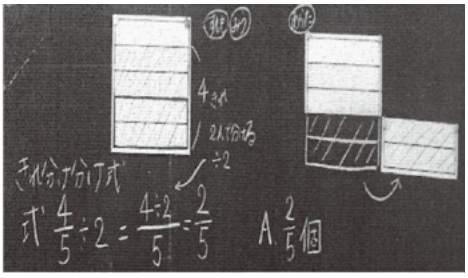


図２　きれ分け分け式


図４　本物のカステラを
切り分けた様子

⑤　本時の展開

時間	展開	○学習活動　・予想される児童の反応
5	つかむ	○本時の課題を知る。 ３/４個のカステラを５人で同じに分けると，１人分はどれだけになるでしょうか。
5	つくる	〈自分タイム〉（５分） ・縦に線を入れよう。・答えは3/20だと分かった。・４×５だから，20等分されている。 ・１きれ（単位分数）が1/20だから，１人分は3/20だ。
25	ふかめる	〈友達タイム〉（５分） ・分けることはできたけれど，１人分は分からない。　・小さいカステラ３きれが１人分だね。 ・分母×人数でいくつに分けたか分かる。　・１きれの大きさが分からないよ。 ・４等分したカステラを５人で分けるから，20等分されているね。 〈みんなタイム〉（10分） ○全体で答えと図の確認をする。 ○みんなタイムでの学びを生かし，問題を２問解く。 ○全体で答えと図の確認をし，数の式を一般化する。〈みんなタイム〉（５分） （分数）÷（整数）の「いつでも使える作戦」ができるのでは？ ・１個を○×□等分しているから，１きれの大きさは，１/○×□になる。 「いつでも使える作戦」△/○ ÷□＝△/ ○×□
10	ふりかえる	○「いつでも使える作戦」を使って，問題を３問解く。 ○本時のふり返りをノートに書く。 ・（分数）÷（整数）の計算は，分母に整数をかけて計算する。・横切り，縦切りをすると，単位分数が分かる。

⑥　本時の板書

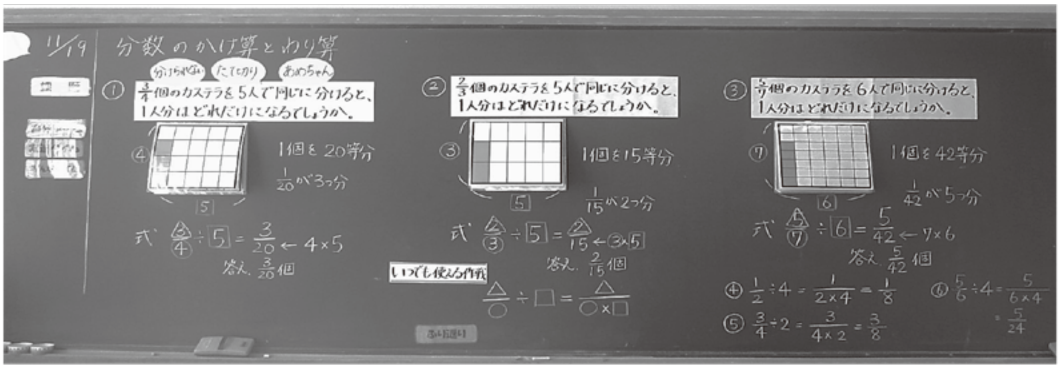


図５　実際の本時の板書

⑷　図を操作することで，計算の意味を実感的に理解したＡ児の考え方の変容

松丸の「実感的な理解を伴う学習活動」に当てはめてＡ児の考え方を分析する。二重線を引いたところがＡ児の考えである。

１問目

ア　これまでの問題場面と同じところ違うところを明らかにし，解決すべき点を明らかにする。

…導入で前時と同じところ違うところを明らかにし，解決の見通しをもつ。

「（分子の操作では）分けられない」「たて切り（できそう）」「あめちゃん（できそう）」

※アは，全体で確認した。（図６）

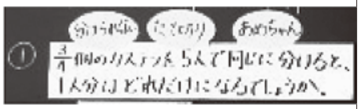


図６　課題解決のヒントを書いたふきだし（板書より）

イ　問題に示された数量の関係を図で表し，解決の見通しを立てる。

…板書や児童のワークシートに図を用い，１つのカステラをイメージして考える。

Ａ児は，横軸のみに単位を書いた。（図７）

ウ　具体的操作によって，問題に示された数量や答えの数量について，実際に調べる。

…分数を示したカステラの図を操作し，１人分を求める。

Ａ児は，カステラの図全体を５等分し，１人分を求めた。（図７）

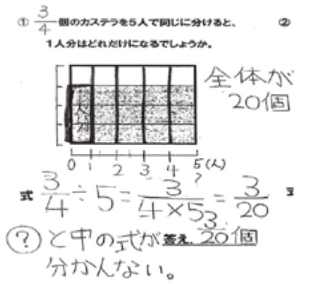


図７　Ａ児のワークシート（１問目）

エ　数量の関係を式で表し，その式でよい理由を説明する。

…数量の関係を式で表し，その式でよい理由を友達に説明したり，学習後の振り返りに書いたりする。

Ａ児は，図から１人分のカステラの大きさを求めた。立式し，途中式の分母は４×５になるのではないかと自分で見出した。しかし，その計算の意味を理解できなかった。（図７）

Ａ児は初め，前時で学習した「たて切れ式」（図３）に着目し，カステラ全体を縦に５等分した。この図の操作により，カステラ全体が20個に分けられると考え，１人分のカステラの量は，3/20になることが分かった。このことから，Ａ児は，単位分数が1/20に変化したことを理解していることが分かる。つまり，図を操作することにより，答えを求めることができたと言える。Ａ児のワークシートの途中式には，「？と中の式が分かんない」と書かれていた（図７）が，Ａ児は自力解決の段階において，図の操作により分母を４×５と自力で導き出している。よって，この段階では，松丸が述べる「エ　数量の関係を式で表し」は達成されているが，「エ　その式でよい理由を説明する」は達成されていないことが分かる。

本時では，自力解決後「パラパラカステラ」（図１）を活用し，3/4個のカステラ，５人で分けたときのカステラ，１人分のカステラの順に単位分数の大きさに注目しながら，１人分の数量を全体で確認した。実際の流れは，次の通りである。

Ｃ：５人で分けるために「たて切れ」をしたら，3/4ではなくなってしまいました。だから，１人分が分かりません。
Ｔ：（カステラ3/4個の図を提示し，５等分した図を重ねて提示する）１人分は，どれだけになるでしょうか。
Ｃ：１人分は，小さいきれが３つ分なので，3/20個だと思います。（１人分のカステラ3/20提示）
Ｔ：小さいきれ１つ分の大きさは，どのくらい？（単位分数1/20提示）
Ｃ：1/20です。全体が20等分されています。４×５＝20です。

T：1/20が３つで，１人分のカステラは3/20になるんだね。（１人分のカステラ3/20提示）

１問目では，パラパラカステラでの操作を見て，単位分数が1/20に変化したことを確認できた。A児を含む多くの児童は，図の操作により，分母の20は，４×５（＝被除数の分母×除数）で求められることに気付いていたが，その意味を十分理解できていなかった。そこで，２問目の問題「2/3個のカステラを５人で同じに分けると，１人分はどれだけになるでしょうか」，３問目の問題「5/7個のカステラを６人で同じに分けると，１人分はどれだけになるでしょうか」を与えた。全児童が，２問目，３問目を「たて切れ式」で求めた。全体で話し合う際には，１問目と同じように「パラパラカステラ」を用いて単位分数の変化を確認した。最後に，本時に学習した３問の式と図から（分数）÷（整数）の一般化を図った。

T：今日３問解いたのだけれど，（分数）÷（整数）でも「いつでも使える作戦」ができるのではないかな。△/○ ÷□は？　２が△になりそうだね。○と□は何だろう？

C：分けたカステラだ。○は縦の数で，□は横の数になっている。　　T・C：△/○ ÷□＝△ /○×□

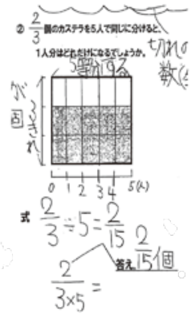
２問目と学習後の振り返り

ウ　具体的操作によって，問題に示された数量や答えの数量について実際に調べる。

…分数を示したカステラの図を操作し，１人分を求める。

A児は，図に「３きれ」，「５等分する」と書いた。（図８）

図８
A児のワークシート
（２問目）→



エ　数量の関係を式で表し，その式でよい理由を説明する。

…数量の関係を式で表し，その式でよい理由を友達に説明したり，学習後の振り返りに書いたりする。

A児は，2/3 ÷ 5 ＝2/15と書いた。また，全体で一般化した後に途中式2/ 3×5を書き足した。

学習後の振り返りには，「いつでも使える作戦の○×□は全体のきれの数」と書いた。（図８，図９，図５）

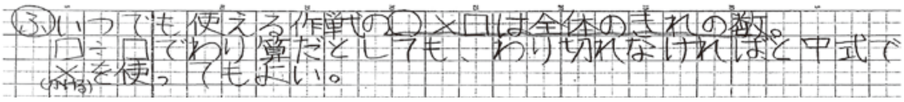


図９　A児の学習後の振り返り

A児のワークシートには，２問目の図に縦に「３きれ」，横に「５等分する」と分母を表すメモが残っていた。（図７）A児は１問目でのパラパラカステラの提示を想起し，変化した単位分数の分母は「被除数の分母×除数」で求められるということを確信して立式した。学習後の振り返りでは，「○×□は全体のきれの数」と表現している。（図９）このことから，A児は，図の操作等で単位分数の変化を理解し，計算の意味を理解することができたことが分かる。

⑸　単位分数の変化に気付いたB児の考え方の変容

A児と同様に，B児の考え方を分析する。二重線を引いたところがB児の考えである。

１問目

ア　これまでの問題場面と同じところ違うところを明らかにし，解決すべき点を明らかにする。

…導入で前時と同じところ違うところを明らかにし，解決の見通しをもつ。

全体で確認していたが，B児は解決の見通しをもてなかった。（図６）

イ　問題に示された数量の関係を図で表し，解決の見通しを立てる。

…板書や児童のワークシートに図を用い，１つのカステラをイメージして考える。

B児は，単位に注目していない。（図10）

ウ　具体的操作によって，問題に示された数量や答えの数量について，実際に調べる。

…分数を示したカステラの図を操作し，１人分を求める。

B児は，カステラの図全体を５等分ではなく，２等分した。（図10）

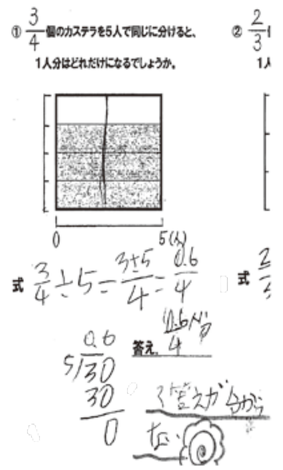


図10　B児のワークシート（１問目）

エ　数量の関係を式で表し，その式でよい理由を説明する。

…数量の関係を式で表し，その式でよい理由を友達に説明したり，学習後の振り返りに書いたりする。

B児は，立式し，分子の操作により自分なりの答えを求めた。（図10）

B児は，はじめ，前時の4/5　÷２で学習した「きれ分け分け式」（図２）の考え方を活用して，分子の操作により求めようとした。本時の問題3/4　÷５では，分子３÷５を計算すると0.6になるため，答えは0.6 /4と求めた。これは，0.6/4＝6/40＝3/20と考えると，立式により解決に向かっていると言える。しかし，小数と分数の混ざった数に混乱し，

Ｂ児はワークシートに「？答えが分からない」と書いていた。Ｂ児の図を見ると，前時と同様に縦に２等分されていることから，この段階において，Ｂ児は図と式，求めた答えが結びついていないことが分かる。（図10）

Ａ児と同様に，本時では自力解決後，「パラパラカステラ」（図１）を活用し，3/4個のカステラ，５人で分けたときのカステラ，１人分のカステラの順に単位分数の大きさに注目しながら，１人分の量を全体で確認した。そして，２問目に入った。

２問目と学習後の振り返り

ウ　具体的操作によって，問題に示された数量や答えの数量について，実際に調べる。

…分数を示したカステラの図を操作し，1人分を求める。

Ｂ児は，図を縦に５等分した。１人分「１」と図に書き入れた。（図11）

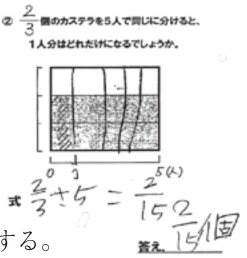


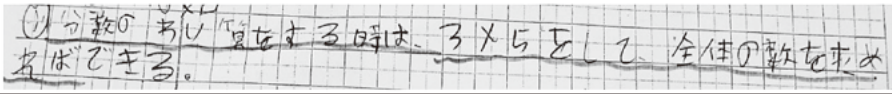
図11
Ｂ児のワークシート
（２問目）→

エ　数量の関係を式で表し，その式でよい理由を説明する。

…数量の関係を式で表し，その式でよい理由を友達に説明したり，学習後の振り返りに書いたりする。

Ｂ児は，立式し，答えに2/15個と書いた。学習後の振り返りには，「３×５をして，全体の数を求めればできる」と書いた。（図11，図12）

図12　Ｂ児の学習後の振り返り→



２問目の問題では，Ｂ児は図全体を自分で縦に５等分し，１人分「1」と図に書き入れた。（図10）また，５等分後のカステラがいくつに分けられたか数えて分母を15とし，１人分は2/15となることが分かった。学習後の振り返りには，「３×５をして，全体の数を求めればできる」と書かれていた。これは，「パラパラカステラ」で学習した等分の方法を理解し，立式したと考えることができる。また，「カステラ１個が，５等分したことで，１きれが小さくなった」とつぶやいていることから，実物の操作や「パラパラカステラ」の提示により，（分数）÷（整数）の量感が理解できたと考えられる。１問目では，図を２等分し，混乱していたＢ児にとって大きな変容である。

４　成果と課題

⑴　図と式が表す数量の関係を理解することで，（分数）÷（整数）の計算の意味を理解したＡ児

Ａ児は初め，１問目の自力解決時において，図の操作により答えを求めたが，計算の意味を理解できずにいた。しかし，「パラパラカステラ」で単位分数の変化を確認することにより，計算の仕方と実際に操作した図が表す数量の変化が合致し，計算の意味を理解することができた。これは，Ａ児が自力解決時に途中式を予想したことと，全体で確認した際に単位分数の大きさに着目して図が表す数量の変化を考察したことがＡ児の考えの変容につながったのではないかと考える。

⑵　単位分数の大きさの変化を理解することで，（分数）÷（整数）の量感を理解したＢ児

Ｂ児は，１問目の自力解決時において，図と式，自分なりに求めた答えが結び付かず，問題場面を理解していない様子であった。しかし，「パラパラカステラ」を用いて単位分数の変化を確認したことで，計算の意味に着目し，単位分数が変化したことを理解することができた。

以上のことから，（分数）÷（整数）の除法において，図と式が表す数量の合致が計算の意味の理解につながることが明らかになった。このとき，単位分数の変化を理解することが図と式を結ぶポイントとなった。また，単位分数の変化を理解するためには，松丸が述べる「実際に操作して，その数量を目で見て確かめられる素材」を教材として扱うことが有効であることが明らかになった。自学級の実践では，12人中７人の児童が上記の手立てにより，図と式が表す数量の関係が結び付き，（分数）÷（整数）の除法が△/○ ÷□＝△/ ○×□となる計算の意味を理解することができた。また，Ｂ児のように思考力がやや低い児童にも，（分数）÷（整数）の商が被除数の分数より小さくなるという量感の理解につなげることができた。

実践を通して，思考力がやや低い児童にとって，（分数）÷（整数）の量感をつかんだり，計算の意味を理解したりすることは，立式だけでは難しいと感じた。より多くの児童の理解が得られる手立てを考えていくことを今後の課題としたい。

参考文献

○奈良威『みんなと学ぶ　小学校算数５年』 学校図書，2015年

○松丸剛「分数の乗除の意味を実感的に理解し，説明できるようにする指導」，『日本数学教育学会誌　第94巻　第12号』，2012，p2-12

○文部科学省『小学校学習指導要領解説　算数編』，2008年　○文部科学省『小学校学習指導要領（平成29年告示）』，2017年