教育実践研究　第30集（2020）61－66

［算数・数学］

数学と現実を結びつけて考える生徒を育てるための授業改善

－解の解釈・評価に焦点をあてた課題の工夫を通して－

塩浦　康平*

1　主題設定の理由

数学の授業をしていると，「数学は社会に出て何の役に立つのですか」という生徒の声を聞くことがある。中には保護者から「そんな難しい計算は将来使うことはない」と言われたという生徒もいる。文章題にしても，ハンバーガー１つの値段を求める文章題に対して「１つの値段が分からないお店なんてないよね」という発言も聞かれる。一見現実場面に即しているように見える文章題ですら，生徒にとっては，実際に現実問題を解決することにつながるとは実感できていないのが現状だ。また，文章題を解いていて，計算ミスで解がｘ＝－２と出たとき，疑うことなく「リンゴが－２個」と答える生徒もいる。数学と現実を結びつけて考えられていない姿である。実際には数学が社会の多くの場面で役に立っているにもかかわらず，それが表立って見えにくいことから，数学を学ぶ価値を感じ取れない生徒が少なくない。そのため，数学と現実を結びつけて考える生徒を育てたいと考えた。また，中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編では，数学科改訂の趣旨及び要点の中で，「数学的に考える資質・能力を育成する観点から，現実の世界と数学の世界における問題発見・解決の過程を学習過程に反映させることを意図して数学的活動の一層の充実を図った」（p.6）としている。このことからも，現実の世界と数学の世界を結びつけて考える力の育成は，重要なテーマとなることが分かる。

数学を用いて現実の問題を解決するための方法である数学的モデリングの過程については，先行研究の中で様々なとらえ方が示されているが，本稿では西村（2001）の見解を述べる。西村（2001）は，数学的モデリングの過程を４つのサイクルとして図１のように表した。この図によれば，現実と数学をつなげる過程には２つの過程がある。１つは現実から数学へと向かう定式化の過程であり，もう１つは数学から現実へ戻って考える解釈・評価の過程である。この２つの過程のどちらもが重要である。しかし数学的モデリングの先行研究では，定式化に焦点を当てたものが多く，解釈・評価に焦点を当てた研究は比較的少ない。そこで，解釈・評価に焦点を当てた授業改善を図ることとした。

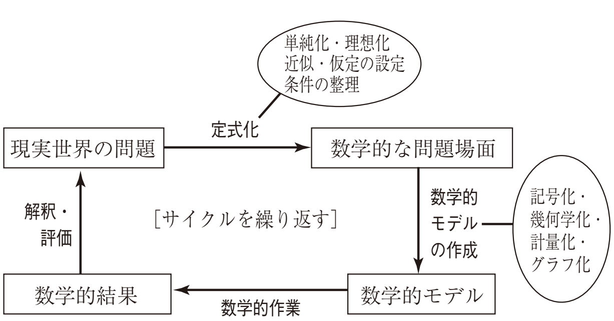

図１　数学的モデリングの過程を表す図

解釈・評価に焦点を当てた先行研究をあたると，次のようなことが示されている。竺沙（2000）は日本の中学生について，諸外国と同様に，「文章題を解く際に現実世界の知識や現実的制約を考慮せずに解をそのまま答とする場合がある」とし，その原因について「現在の授業に置いて，現実の問題と照らし合わせて解答を再検討するという指導があまり実践されていない点にある」として指摘した。ここでいう「解」は数学的結果を表し，その解を解釈・評価して現実の世界に適用させたものを「答」としている。

中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編では，１年生の１次方程式と３年生の２次方程式において，解がもとの問題の答えとして適切なものであるかどうかを調べる必要性を述べている。しかし同じ方程式の内容である２年生の連立方程式においては，「得られた結果を意味付けたり活用したりしようとする態度を養うことが大切」（p.107）とし，適さない場合を検討することについて触れていない。同様に本校で使用中の教科書である学校図書の中学校数学１～３年（2015）を見ると，１年生の１次方程式と３年生の２次方程式の単元では，解の解釈・評価が必要となる問題が掲載されている。一方で２年生の連立方程式ではコラムとして載っているだけで，授業で中心的に扱う問題として掲載されてはいない。

これらのことから，解の解釈・評価に焦点を当てた指導は，１次方程式や２次方程式を中心に研究されていることが

*柏崎市立第五中学校

分かる。一方で，他の単元では解の解釈・評価に焦点を当てた実践研究がほとんど見られない。中学校２年生の連立方程式をはじめとした他の単元においても現実場面を題材とした文章題を扱う場面があるので，そこでも解の解釈・評価に焦点を当てた指導を行うことで，数学の世界と現実の世界を結びつけて考える力をさらに伸ばせるのではないかと考える。数学の世界と現実の世界を結びつけて考える学習を各学年で継続的にしていくことで，生徒は数学が現実に生かされることを実感していく。その積み重ねの中で，先に述べたような数学を学ぶ価値を感じ取れていない生徒も，数学を学ぶ価値を感じていくのだと考える。そこで本研究では，１次方程式と２次方程式以外の単元において，解の解釈・評価に焦点を当てるような課題の工夫を行うとともに，その有効性を検証することにした。

２　研究の目的

本研究では，解釈・評価に焦点を当てた課題の工夫の有効性を，次の２つの視点から検証する。

⑴　文章題の指導において，解の解釈・評価が必要な課題を提示することにより，数学の世界と現実の世界を結びつけて考える姿が具現することを，実践を通して明らかにする。

⑵　解の解釈・評価が必要な課題を複数回提示することにより，以前に解の解釈・評価を行った経験を生かして考えようとする姿が具現することを，実践を通して明らかにする。

３　実践の構想と分析の方法

⑴　実践の構想

本実践は，中学校２年生の式の変形と連立方程式の単元において，数学の世界と現実の世界を結びつけて考える力の育成を大切にするため，解の解釈・評価を重視する。そこで，中学校２年生１クラス（男子５名，女子０名，計５名）を対象とし，次の２つの手立てから授業を構想し，研究していくこととした。

①　課題の工夫

ア　解が現実場面に適さないため，そのまま答えにはできない問題を作成すること。

式の変形や連立方程式の単元において，一般に教科書等で扱われる文章題は解がそのまま答えとして成立する問題となっている。生徒が解の解釈・評価の必要性を感じるためには，解をそのまま答えとできない問題の提示が必要となる。例えば，クッキーの枚数が分数になるような問題である。そのような問題を作成し，提示することで，生徒が自ら解の解釈・評価の必要性を感じられるようにする。

イ　そのまま答えにはできないが，その解を生かし修正することで現実場面に適する答えを導ける問題にすること。

本校で使用している教科書である中学校数学２（一松編，2015）において解の解釈・評価の必要性について触れた問題は，コラムとして掲載された次の問題である。

１個240円のケーキと，１個80円のシュークリームを合わせて12個買い，代金をちょうど2000円にしたいと思います。ケーキとシュークリームを，それぞれ何個買えばよいでしょうか。

連立方程式を解いた解は $x=6.5$，$y=5.5$となる。ケーキやシュークリームの個数として小数や分数は適していないので，解の解釈・評価が必要となる問題である。しかし，この問題を扱った場合，結論は「適していないから答えはない」となり，それ以上の思考を生徒に促すことはできない。そこで本研究では，この問題の「ちょうど2000円」という部分を「予算が2000円」と変え，幅をもたせた書き方にする。幅をもたせることで，6.5という解をもとに，「$x=6.5$に近い６個か７個が適するのではないか」とさらなる思考を促すことができると考えるからである。

②　解の解釈・評価が必要な課題を複数回提示すること

一般に教科書等では，解の解釈・評価を必要とする課題は１次方程式と２次方程式の単元で掲載されているだけであり，他の単元では掲載されていない。そのため，解の解釈・評価に複数回継続して取り組ませることは意識されていない。しかし，数学の世界と現実の世界を結びつけて考える力は，解の解釈・評価に１度取り組めば身につくというものではなく，繰り返し取り組むことで少しずつ必要性や方法を身につけていくものであると考える。そこで本研究では，式の変形の単元で１回，連立方程式の単元で１回，計２回に渡って解の解釈・評価が必要な課題を提示する。１つ目の実践での経験が，２つ目の実践において，数学の世界と現実の世界を結びつけて考えることを促すと考えるからである。

⑵　分析の方法

２回の授業実践における生徒の活動の様子から，解の解釈・評価を行う姿の表出場面を抽出し，数学の世界と現実の世界を結びつけて考える力の育成に対する有効性という観点で分析考察する。

4　実践の結果と分析・考察

⑴　式の変形における授業実践（令和元年６月27日実施）

①　課題について

本校で使用している教科書である中学校数学２（2015）に掲載されている問題は次のようなものである。

例１．気温は，地上から11㎞までは，１㎞上昇するごとにほぼ６℃ずつ下がります。いま，地上の気温を18℃，地上ｘ㎞の気温をｙ℃とすると，ｘとｙの関係は，ｙ＝18－６ｘと表すことができます。この式を，ｘを求める式に直しなさい。（P31）

問１．例１で，気温が６℃，－30℃になるのは，それぞれ地上何㎞ですか。（P31）

例１はｘについて解く問題であり，問１は例１で求めた式にｙの値を代入してｘを求める問題である。ここで扱っている変数は，ｘが気温（℃），ｙが地上からの距離（㎞）である。どちらも連続数であるため，小数や分数の値をとっても現実に適することになる。

この課題を受け，本実践で扱う課題は次のようなものとした。

八石屋ではクッキーが６枚入りの箱で売られている。バラ売りはない。自分用に４枚とっておき，残りを会社の人へのお土産とする。ｘ箱買ったときのお土産のクッキーの枚数をｙ枚とすると，ｙ＝６ｘ－４ と表せる。次の問に答えなさい。 (1) ｘについて解きなさい。 (2) お土産に50枚必要なとき，何箱買えばよいか求めなさい。

この２問を全員が解けたことを確認し，次の問題を提示した。その際，「皆さんが社長になって，配る社員の数がすごく増えたとしましょう」と伝えながら提示した。

(3) お土産に148枚必要なとき，何箱買えばよいか求めなさい。

ここでは変数を箱の数やクッキーの枚数という分離数にすることで，小数または分数の解が現実場面に適さない状況を作った。⑵の解は９箱で現実場面に適するが，③の解は$\frac{76}{3}$箱と現実場面に適さない。そのため解の解釈・評価が必要となる。

②　授業の実際

⑶の問題に取り組む中で，生徒同士の間で「あれ，ループする。25.3333…になる」，「分数にするんじゃないの？」という発言がみられた。それに対して１人の生徒（図２以降においてＳ２としている生徒）が，「え，そういうこと？何箱か求めるやつじゃないの？」と意見を出していた。この時点でＳ２の生徒は，25.333…という解が現実に適さないことから解の解釈・評価を行っていた。ノートには25.3333…という解を解釈・評価し，26箱という答えを導いていた。一方でその他の生徒は，小数や分数の解に違和感をもちながらも，現実と結び付けて解釈・評価する姿は見られなかった。そこで他の人と考えを交流する時間を取った。Ｓ２の考えに驚いたＳ１が発言をするところから，図２のような対話が始まった。

Ｓ１：え，なんで26になったの？ Ｓ２：えー，148枚必要だから，26箱必要で・・・。 Ｓ１：どういうことなの？ Ｓ３：Ｓ１さん，違うよ。本当はね，$\frac{76}{3}$なんだよ？ Ｓ２：だって25じゃ無理だから26でやるしかないじゃん。	Ｓ１：切り上げってこと？① Ｓ２：はい。 Ｓ３：あ，そうか。だって25.3333だと・・・ Ｓ１：切り捨てればいいじゃん。 Ｓ２：切り捨てたら社員２人食えねえだろ。② Ｓ１：切り上げか。切り上げだ。よっしゃ。

図２　生徒同士の対話の記録１

Ｓ１とＳ３は，はじめは26箱という答えを理解できなかったが，Ｓ２の考えを聞く中で徐々に理解を進めていった。また下線②にあるように，切り下げではいけない理由についても話し合っていた。このとき別の生徒と話していたＳ４が，切り捨てと切り上げの話に関心をもって話の輪に入り，図３の対話につながった。

Ｓ４：切り上げて，あまったらどうするの？ Ｓ１：いや，あまったのは仕方ないよ。 Ｓ３：それは仕方ない。誰が食うんだろう？自分で食うのかな？	Ｓ２：部長に，おすそ分け。 Ｓ１：「何箱必要か」だから，あまりが何個とか，あまっちゃいけないとか言われてないから，別にそれはいいんだよ。③

図３　生徒同士の対話の記録２

切り下げでは足りず切り上げではあまるという話から，あまったものを誰が食べるのかというところまで議論が進んだ。

これは数学の世界から現実の世界に戻って解を解釈・評価している姿である。さらに下線③の発言は，問題文を読み返して，切り上げてよい根拠を探す姿である。

③　この実践における考察

Ｓ１の考えに変容が見られたのは，図２下線①の「切り上げってこと？」という発言が出たところである。それまではＳ２の「26箱」という考えを「計算結果が26になった」という意味でとらえていた。それは26箱という答えを聞いてから何度も計算式を見直していたことからも読み取れる。そして，下線①の発言を境に，「計算結果が26なのではなく，25.3333…という解を，現実場面に適した答えに修正した結果，26箱という答えにたどり着いた」ととらえ直すことができた。それまでは「計算結果は必ず正しい」と信じ込んでいた生徒にとって，「計算結果が必ずしもそのまま答えになるとは限らない」と学んだ場面であり，解の解釈・評価の必要性を感じた場面とも言える。

このように，はじめは解の解釈・評価の必要性に気付けなかった生徒が，生徒同士の対話を通して，「切り捨てたら２人が食べられない」，「あまりを誰が食べるのか」，「おすそ分けという方法もある」という現実の問題としてとらえる発言が増えていく様子が数多く見られた。これらは，解の解釈・評価を通して，数学の世界と現実の世界を結びつけている姿である。

図２下線②で切り捨てについて検討する場面があった。その直前のＳ１の「切り捨てればいいじゃん」という発言は，解を修正する方法として，切り上げと切り捨てのどちらが適しているか考えようとする姿である。１度はＳ２の意見を聞いて切り上げで納得をしたが，改めて切り捨てでも可能かどうかを考えていたのである。その末に図３下線③の発言をした。問題文を読み直し，「あまっても良い」という根拠を見つけることで，切り捨てより切り上げの方が，現実に即した修正方法として適していることを確認した場面である。

⑵　連立方程式における授業実践（令和元年７月19日実施）

①　課題について

本校で使用している教科書である中学校数学２(2015)に掲載されている問題は次のようなものである。

１個200円のケーキと１個120円のプリンを合わせて12個買い，代金の合計が2000円になるようにします。ケーキとプリンを，それぞれ何個買えばよいでしょうか。(P54)

この問題の解答は「ケーキ７個，プリン５個」という現実場面に適した答えである。また，中学校数学２(2015)のコラムに載っている問題は次のようなものである。

１個240円のケーキと，１個80円のシュークリームを合わせて12個買い，代金をちょうど2000円にしたいと思います。ケーキとシュークリームを，それぞれ何個買えばよいでしょうか。

ケーキの個数をｘ個，シュークリームの個数をｙ個とすると，$x=6.5$，$y=5.5$となり現実場面に適さない。しかし先にも述べたように，「適さない」で終わる課題では，解釈・評価した解を修正して答えを導くことができない。

１個50円のアメと１個90円のチョコを，合わせて９個入れたギフトセットを作ってほしいという客がいる。予算は600円だということだ。アメとチョコを，それぞれ何個入れたギフトセットを提案しますか？

そこで本実践では，店員の立場で考えるように伝えたうえで，次のような課題を提示した。
連立方程式を解くと解が小数になる数値設定にしたという点では，コラムの問題と似ている。大きな変更点は，コラムの問題で「ちょうど2000円」としていた価格設定を，「予算は600円」という言葉に変えたことだ。「予算」という言葉を使うことで，数値に幅をもたせた。そうすることで，解釈・評価した解を修正して，現実場面に適した答えを導けるようにした。

②　授業の実際

アメの個数をｘ個，チョコの個数をｙ個として連立方程式を解くと，$x=5.25$，$y=3.75$という解が出る。１つ目の実践のとき同様に，整数にならないことへの違和感をもち，図４のような対話を始めた。

Ｓ１：え，$40y=150$になったでしょ？・・・あ，「計算できない」「解なし」が答えか。 Ｓ４：解はあるでしょ。 Ｓ５：どうやるんだ，これ？ Ｓ３：$\frac{15}{4}$にした。	Ｓ５：あ，そうか。分数か。 Ｓ１：僕いまだ悩み中。・・・あ，そういうことか。無理やり分数にして，そこからか。 Ｓ２：社長の問題やったじゃん。④

図４　生徒同士の対話の記録３

この時点でＳ２を除く４人においては，分数の解に違和感をもちながらも，現実と結び付けて解の解釈・評価をする姿は見られない。一方でＳ２は１つ目の実践の授業を思い出し，下線④で「社長の問題やったじゃん」と声をかけている。これは25.3333…箱という解から26箱という答えを導いた経験を生かしている姿と言える。しかしその発言の意味を他の４人は理解できず，分数や小数のまま計算を進めていた。解が求まったところで，図５のような対話となった。

Ｓ３：$\frac{21}{4}$個になった。 Ｓ１：$\frac{21}{4}$個っていいの，アメって？ Ｓ３：いいでしょ。できました。	Ｓ１：微妙な数になった。帯分数にすると，５個とアメ玉$\frac{1}{4}$ってことか。 Ｓ５：アメ$\frac{1}{4}$にしないでしょ。 Ｓ１：半分にして，また半分にする。アメ玉カッターという物があるのでは？⑤

図５　生徒同士の対話の記録４

ｘとｙ両方の値が出ると，下線⑤の「アメを半分に割る」という発言など，現実と結び付けて解を解釈・評価する姿が多くみられるようになった。この考えは，$\frac{21}{4}$個という解を正しいものと考え，それに合わせて現実の捉え方を修正しようという立場にある。これは，数学の世界と現実の世界を結びつけて考えた姿として評価できる。しかし，現実では売り物のアメを切って売ることができない。そこで，解に合わせて現実を修正するのではなく，「アメの個数は整数である」という現実場面に合わせて解を修正する方向で考えるために，予算という言葉の意味を全体で考える時間を取った。するとＳ５が「予算は，これくらいで作ってください，というもの」と発言した。普段の買い物の経験も踏まえながら「ちょうど600円でなくてもよい」ということを共有し，再び考えるように指示した。Ｓ１はｘ＝5.25を切り上げて６とし，「アメが６個，チョコが３個，合計570円」と考えた。また，Ｓ３はｙ＝3.75を切り上げて４とし，「アメが５個，チョコが４個，合計610円」と考えた。ｘを切り上げるかｙを切り上げるかで，２通りの答えが導かれた。２つの答えを板書して比較すると，議論が始まった。議論の一部は図６のようなものだった。

Ｓ２：予算600円と言ったら，普通それより下の数でしょ。 Ｓ３：そんなこと言ったらさ，あまり大きな声では言えないけど，僕，小学校の遠足で300円のおやつだけど，少し多く持って行った。⑥ Ｓ２：それは自分の問題で，店側としてはさ・・・。 Ｔ　：どっちもいい，ではダメなの？ Ｓ１：その人は予算600円って言っているから，600円だけ持って行っているかもしれないじゃないですか。そしたら，610円はもしかしたら買えないかもしれないんです。⑦でも，570円は600円より少ないから，必ず買えるわけなんです。	Ｔ　：Ｓ５さんはどう？ Ｓ５：ちょっとくらいオーバーしていても，10円なら持っているかなと思って。 Ｔ　：Ｓ３さんは？ Ｓ３：職場体験の事前学習で学んだんですけど，バス代はちょっと多めに持って行くので，その人もちょっと多めに持っているかもしれません。⑧ Ｓ２：はい！570円よりも610円の方が600円に近いので，僕は610円の方に意見を変えます。

図６　生徒と教師の対話３

570円と610円という２通りの答えを比較する中で，下線⑥や⑧のように遠足のおやつや職場体験のバス代と結び付けて考える姿が見られたり，下線⑦のように客の財布の中身を心配する言葉が見られたりした。数学の世界と現実の世界を結びつけて考えている姿である。さらに議論が進む中で，「570円と610円の２つの案を提示して客に選んでもらう」という意見も出てきた。これもまた，数学の世界と現実の世界を結びつけて考えている姿である。

③　この実践における考察

図４下線④の「社長の問題やったじゃん」という発言にも見られるように，１つ目の実践を生かし，解の解釈・評価を行う姿が見られた。その発言の後，別の生徒からも図５下線⑤の「半分にして，また半分にする」という発言が出た。これは数学の解を正しいものとして現実の捉え方を修正する立場である。しかし現実ではアメを切って売ることはできないので，数学に合わせて現実の捉え方を修正するのではなく，現実に合わせて数学の解を修正する必要が出てくる。そこで予算の意味を確認すると，解の5.25の小数部分を切り捨てて５個という答えを導いたり，切り上げて６個という答えを導いたりしていた。予算の意味を確認するという支援は入ったが，その後スムーズに解を修正できたのは１つ目の実践が経験として生きている姿だと考えられる。

また議論の中で，客の所持金が足りない可能性を考えたり，職場体験のバス代の話を例に挙げたりと，現実の世界の話を根拠として自分の考えを説明する姿が多く見られた。数学の世界と現実の世界を結びつけて答えを求めるだけでなく，自分の意見を主張するための根拠として現実の世界の話を説明する姿が多く見られた。これは１つ目の実践以上に，深く現実の世界と結び付けている姿ととらえられる。今回の課題に２通りの答えがあり，それらを比較して議論できたことの成果だと考える。

5　研究のまとめと成果

⑴　数学の世界と現実の世界を結びつけて考える力を育むための課題の工夫について

１つ目の実践では，はじめは計算結果が現実場面に合わないことに困惑しつつも，対話を通して，解を修正して現実に合わせる必要性に気付いていく姿がみられた。ここで扱った課題は，本来整数でなければならない箱の個数が，計算では小数になってしまうように数値設定したものであった。Ｓ２を除く４人の生徒は，はじめ整数にならない解に違和感をもちつつも，解の解釈・評価を行わず，そのまま答えとしていた。その後，生徒同士の対話の中で図２下線②の「切り捨てたら社員２人食えねぇだろ」など，現実場面を想像する発言が増えていった。Ｓ２以外の生徒が「分かった」などと納得した反応を示し始めたのは，このような現実場面を想像する発言が増えたタイミングと重なる。

２つ目の実践では，１つ目の実践と同様に解の解釈・評価や解の修正をする姿がみられたとともに，解の修正の仕方について議論する姿が多くみられた。ここで扱った課題は，解の修正の方法によって２通りに答えが分かれるように数値設定をしていた。予想通り生徒からは，ｘを切り上げる方法とｙを切り上げる方法の２通りの考えが出された。生徒は違う意見の人を説得しようと，図６下線⑦の「600円だけ持って行っているかもしれない」や，図６下線⑧の「バス代はちょっと多めに持っていく」など，現実の世界と結び付けて発言していた。答えが２通り考えられる課題を設定したことが生徒同士の議論に繋がり，その結果，１つ目の実践以上に数学の世界と現実の世界を結びつけて考えようとする意識を促したと言える。また，図５下線⑤の「半分にして，また半分にする」という発言のように，「数学の解に合わせて現実の捉え方を修正する」という視点での発言もみられた。この発言は本研究とは立場が違う部分もあるが，数学の世界と現実の世界を結びつけて考えるという点では価値のある発言でもある。

これらのことから，解の解釈・評価が必要な課題の工夫は，数学の世界と現実の世界を結びつけて考える力を育むことに有効であるといえる。

⑵　以前に解の解釈・評価を行った経験を生かすことについて

２つ目の実践の中で，Ｓ２が図４下線④の「社長の問題やったじゃん」という発言をした。この「社長の問題」とは，１つ目の実践のことを指している。25.3333…箱という解を修正して26箱という答えを導いた経験を生かし，２つ目の実践でも5.25個という解を修正して，現実場面に適した答えを導こうとしていた。つまり，１つ目の実践で解の解釈・評価を行った経験を思い出し，２つ目の実践で生かしているのである。また他の生徒は，はじめは１つ目の実践と結び付けて考えてはいなかったが，予算の意味を理解するとすぐに切り上げや切り捨てという考えに至った。これも１つ目の実践での経験が生きている姿である。これらのことから，解の解釈・評価が必要な課題に複数回取り組むことは，以前に解の解釈・評価を行った経験を生かして考えようとする態度を育てることに有効だといえる。

6　今後の課題

今回は２年生の式の変形と連立方程式という２つの単元において実践を行った。しかし別の単元においても現実と関連した課題が扱われる場面が多く存在する。特に図形や関数の領域においては，解の解釈・評価を必要とする指導実践が見られない。今後，図形や関数の領域における解の解釈・評価に焦点を当てた課題の工夫を行っていきたい。

参考文献

一松信他．(2015)．中学校数学１～３．学校図書

竺沙敏彦．(2000)．「文章題解決における解の吟味に関する調査」全国数学教育学会誌　数学教育学研究第６巻p119-124

西村圭一．(2001)．「数学的モデル化の教材開発とその授業実践に関する研究－高等学校数学科を中心に－」

三輪辰郎．(1983)．「数学教育におけるモデル化についての一考察」筑波数学教育研究第２号p117-125

板垣章子他．(2017)．中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編．文部科学省