

[算数・数学]

複合図形の求積における「一般化」を図る手だての工夫

大門 克寿*

1 はじめに

平成28年8月1日に行われた中央教育審議会教育課程企画特別部会で、「次期学習指導要領に向けたこれまでの審議のまとめ(素案)のポイント」が資料として配付され、次期学習指導要領では「アクティブラーニング」の視点から授業改善を目指すことが記されている。また、その「アクティブラーニング」の視点として「主体的・対話的で深い学び」の実現を目指す授業改善が求められることも明記された。

私自身、「アクティブラーニング」の視点を意識して授業改善を行ってきた。その過程で強く感じたことは、「児童が能動的に学習するためには、今回の学習で得たものは次に生かせるということを児童に認識させることが重要」ということである。自分たちが得たことが次に使えないのなら取り組む意味がない。しかし、次に使えるものだからこそ「やってみよう」という気持ちになるのではないだろうか。学習で得たことが、「いつでもどんなときでも使えること」、さらに、「一般化」することが次への学習意欲に繋がると考える。

先行実践を数多く調べたが、複合図形の求積の指導は、複合図形を長方形と見て、それらの和や差を求めることで求積するという指導にとどまっており、このような指導は研究授業等での実践例が非常に多い。求積方法を幾通りか挙げて終わる授業では、求積方法の考え方の発表会にしかすぎない。そこで、本研究では複合図形の求積方法から発展させ、複合図形の求積方法の一般化を試みた。そのためには、複合図形を長方形という「図形」として見るだけでなく、複合図形の求積に必要な辺の関係を考えさせることが必要であると考えた。従来の長方形という「図形」としての見方を、「縦の辺の長さ×横の辺の長さ」という長方形の求積公式に帰着させる必要があると考えたからである。そこで、想定した手だては以下の3点である。

①求積に必要な辺の数にきまりがあることに気付かせる教材。②求積に必要な辺の共通点に着目させ、「直交する縦横2組の辺」であることに気付かせる発問。③複合図形の求積方法を一般化する教材。

これらの手だてを用い、授業実践を通して検証することにした。

2 研究の目的

本研究は、複合図形の求積場面において、求積方法を一般化するため、どのような手だてが有効か明らかにすることを目的とする。

3 研究の方法

本研究では、4年生算数「面積」において、授業実践を行い、複合図形の求積方法を一般化するための手だての有効性を、児童の授業の振り返りや様子を分析することで明らかにしていく。

(1) 先行実践の問題点を受けて

従来の複合図形の求積の指導は、2段の複合図形(L字型)を長方形に分割後、足したり、長方形を補完後大きな長方形としてから小さな長方形を引いたりする方法を押さえる指導にとどまっていた。しかしながら、「分割と補完で求積できる」と結論付けるだけでは、考え方の発表にしかすぎない。「なぜ分割と補完で求積できるのか」という仕組みを考えさせることが一般化に繋がる。そこで、複合図形を大きい長方形や小さい長方形という「図形」としてではなく、長方形を求積公式「縦の辺の長さ×横の辺の長さ」として見ることで、複合図形の求積方法の一般化を試みた。

* 新潟市立新通小学校

(2) 一般化を図るための手だて

① 求積に必要な辺の数にきまりがあることに気付かせる教材

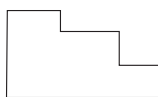
求積方法を一般化するためには、長方形という図形だけでなく、長方形の求積公式に着目させる必要がある。そこで、2段の複合図形の求積に必要な辺の数が4本であることに気付かせるため、幾つかの求積方法を並べ、求積に使った辺に色を着ける（縦の辺は赤、横の辺は青）ことにした。そうすることで、求積に使う辺の本数の共通点を視覚的に明らかにする。

② 求積に必要な辺の共通点に着目させ、「直交する縦横2組の辺」であることに気付かせる発問

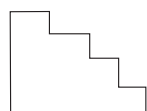
①の手だてを打った後、「長さを測る4か所に、きまりはありましたか。」と発問する。この発問で、児童の統合的な思考を促す。児童は、「どの考えも辺が4本なぞってある。」「どの考えも辺が縦2本と横2本なぞってある。」「赤い辺と青い辺は垂直に交わっている」などと答えると予想される。ここで、2段の複合図形の求積に必要な辺は、「直交する縦横2組の辺」であることを押さえる。

③ 複合図形の求積方法を一般化する教材

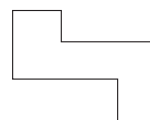
②で、「2段の複合図形は、長方形2個に分けられるので、求積に必要な縦横の辺の組は2組である。」ということを押さえた後、「3段の複合図形」や「4段の複合図形」を提示する。2段の複合図形だけでなく、3段以上の複合図形でも求積に必要な縦横の辺の組を確認することで、階段状の複合図形の求積方法を一般化する。また、鉤型の図形も示すことにより、段状の複合図形だけでなく、様々な複合図形について考えさせることによって、複合図形の求積方法について一般化する。



3段の複合図形



4段の複合図形



鉤型の図形

(3) 授業の構想

【問題】 この図形の面積を求めましょう。
 ※辺の長さは示さない。

【学習課題】 でこぼこ図形では、どこの長さがわかれば面積を求めることができるのかな？

考え方①	考え方②	考え方③	考え方④
<p> $6 \times 5 = 30$ $2 \times 3 = 6$ $30 + 6 = 36$ </p>	<p> $4 \times 5 = 20$ $2 \times 8 = 16$ $20 + 16 = 36$ </p>	<p> $4 \times 5 = 20$ $2 \times 8 = 16$ $20 + 16 = 36$ </p>	<p> $6 \times 8 = 48$ $4 \times 3 = 12$ $48 - 12 = 36$ </p>

一般化を図るための手だて

【まとめ】 でこぼこ図形では、分けられる長方形の数だけ、縦横の組の長さが分かれば、面積を求められる。

4 実践の概要と考察

(1) 単元名 「面積」

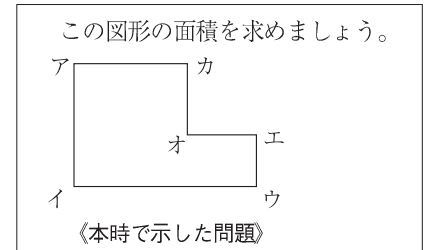
(2) 本時のねらい

複合図形の面積を求めることを通して、長方形をもとにすると、求積に必要な縦横の辺の組数と場所が分かることを理解する。

(3) 授業の実際

① 面積を求めるために必要な辺の場所について問いをもつ。

2段の複合図形を示す。ただし、辺の長さを示さない。すると、児童は、面積を求めるために必要な辺の長さが示されていないことに気付いた。そこで、「面積を求めるために必要な辺を太くしなさい」と指示を出した。



② 学習課題を設定する。

前時では、2段の複合図形は、分割や補完し、2個の長方形と見ることによって求積できることを学習している。「必要な辺を太くしなさい」と指示を出したところ、図1のように、2段の複合図形を長方形に分割するための補助線を引いている児童が多かった。また、図2のように補助線を入れ、長方形を補完し、大きい長方形と小さい長方形を作った児童も何人かいた。どの考え方も、2段の複合図形を、「2個の長方形として見ている」ということが言える。しかし、この時点では「長方形という図形が2つある」という認識にすぎず、まだ辺の関係を意識していない。

図1と図2のように、面積を求めるために必要な辺を太くした図を黒板に貼り、気付いたことを聞いた。すると、どれも4本なぞってあるという気が多かった。次に、「この図形の面積を求めるために必要な4本は、どこでもいいの?」と問うた。すると、「どこでもいいわけではない」「きっときまりがあるはずだ」と発言があった。そこで、複合図形の求積に必要な辺の場所のきまりを見付けることを学習課題とすることを確認し、学習課題を板書した。

【学習課題】 でこぼこ図形では、どこの辺の長さを測れば面積を求めることができるのかな?

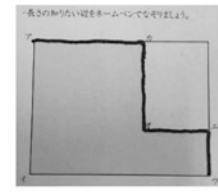
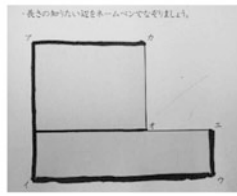
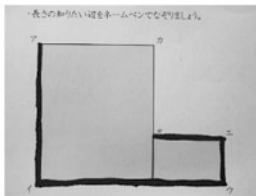


図1 2段の複合図形に補助線を入れることで2つの長方形と見た図

図2 大きい長方形と小さい長方形を作った図

③ 学習課題を追求する。

面積を求めるために必要な4本の辺の長さを測り、実際に2段の複合図形の面積を求めた。

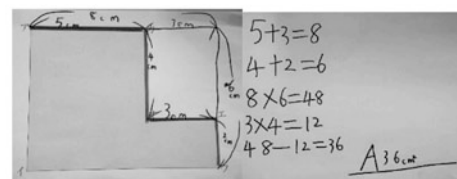
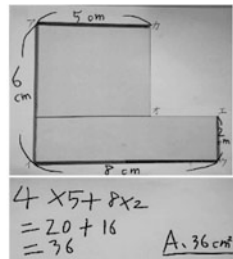
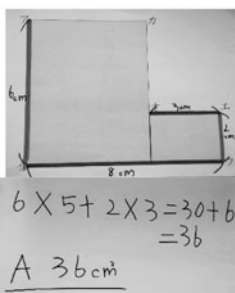


図3 2段の複合図形の面積を求めた子どもたちの考え方

「2個の長方形」という見方から、「求積に必要な辺がある」という見方に変換させた。

T どのようにして測る場所を決めたのでしょうか。(赤青のマジックを提示)

(図3のように、児童が測った場所の縦の辺を赤、横の辺を青で着色した。) …手だて①

C どれも4本なぞってある。

手だて①にあるように、式をもとにして、縦の辺を赤、横の辺を青で着色した(図3)。6本ある辺のうち求積に必要な辺がどれも4本であることが可視化された。すると、児童から「どれも4本なぞってある」と呟きがあった。

求積に必要な辺の共通点に着目させ、「直角する縦横2組の辺」であることに気付かせた。

- T 測った4か所に何かきまりはありますか?…手だて②
 C どの考え方も赤2本青2本なぞってある。 C どの考え方も縦2本横2本なぞってある。
 T 縦2本横2本ってどこでもいいの?
 C どこでもいいわけじゃない。 C 縦横交互につながっている。 C 直角になっている。
 T 直角ってどんなふうにつながっているの?
 C 辺がL(エル)の字みたいになっている。

図3のそれぞれの考えの共通点に気付かせるため、手だて②「測った4か所に何かきまりはありますか?」と発問した。それに対し児童は、「どの考え方も赤2本青2本なぞってある。」「どの考え方も縦2本横2本なぞってある。」と答えた。この時点では、どの考え方も「求積に必要な辺は縦2本横2本」という共通点にとどまっておらず、まだ求積に必要な辺の位置関係にまでは考えは及んでいない。そこで、「縦2本横2本ってどこでもいいの?」と、発問した。すると、「縦横交互につながっている」「直角になっている」「辺がL(エル)の字みたいになっている」と、辺の位置関係や直角する辺を表す発言があった。

「直角する縦横2組の辺」から長方形の求積公式に帰着させ、2段の複合図形の求積方法について一般化した。

- T L(エル)は、何を表しているのかな?
 C 長方形の公式で縦×横を表しているのだと思う。C そうか! C わかった! 等、気付きを表す感嘆語多数。
 T どのようにして測る場所を決めたのでしょうか。わかったことをお隣さんどうして話しましょう。
 C 面積を求めるには、辺がLの字になってつながっているところを2か所測ればよい。
 T そうだね、こんな形(2段の複合図形)の面積を求めるには、L(エル)の字になってつながっているところを2か所みつければいいんだね。

きまりに気付いても、そのきまりの仕組みまで理解しなければ、必要な場面で使うことはできない。そこで、「L(エル)は、何を表しているのかな?」と発問した。一人の児童が、「長方形の公式で縦×横を表しているのだと思う。」と、発言し、それを聞いた他の子は、「そうか!」「わかった!」等、気付きを表す感嘆の声をあげていた。L(エル)は、長方形の求積公式に帰着していることを理解したのだと考える。そこで、2段の複合図形の求積方法を、「直角する縦横2組の辺を見つければ求積できる」と一般化した。

複合図形の求積方法を一般化する。

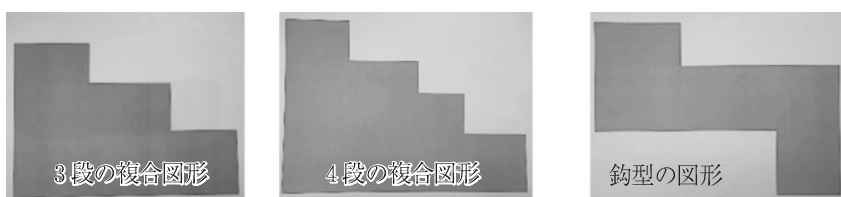


図4 複合図形の求積方法を一般化する教材

- T それってさあ、こんな複合図形にも言えると思う? (3段の複合図形を提示)
 C 言えると思う。
 T じゃあ、こんな形はどう? (4段の複合図形を提示)
 C 言える。言える。
 T どうしてあのでこぼこ図形(2段のでこぼこ図形を指す)と同じことが言えると思うの?
 C 長方形に分けることができるから。



図5 3段と4段の複合図形の求積をした考え方

- T この3段のこぼこ図形は、どうやって面積を求めたらいいの？
 C 長方形3個に分けて、L（エル）の字になってつながっているところを3か所みつければいいよ。
 T この4段のこぼこ図形は？
 C 長方形4個に分けて、L（エル）の字になってつながっているところを4か所みつければいいよ。
 T じゃあ100段のこぼこ図形ではどう？
 C 長方形100個に分けて、L（エル）の字になってつながっているところを100か所みつければいいよ。
 T このこぼこ図形は？



…手だて③

- C これもこう分ければ、長方形3個に分けることができるよ。

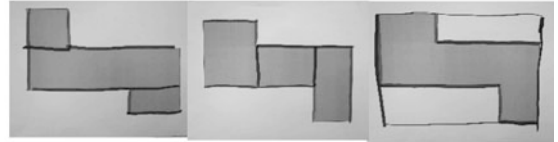


図6 鉤型の複合図形の求積をした考え方

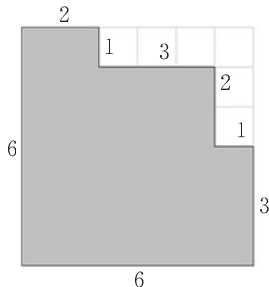
- C そうか、これもL（エル）の字を3か所見つければいいんだね。

【まとめ】できる長方形の数だけL（エル）になっているところの長さを測れば面積を求められる。

2段の複合図形の求積方法を一般化した後、複合図形の求積方法について一般化するため、3段と4段の複合図形を提示した。…手だて③

すると、3段の複合図形では、「長方形3個に分けられるから、直交する縦横3組の辺を見つければ面積を求められる」と見通しをもち、実際に3個の長方形に分けた。4段の複合図形では、「長方形4個に分けられるから、直交する縦横4組の辺を見つければ面積を求められる」と見通しをもち、実際に4個の長方形に分けた。次に、複合図形の求積方法を一般化するため、「100段の複合図形ではどう？」と発問したところ、児童は「長方形100個に分けて、L（エル）の字になってつながっているところを100か所みつければいい。」と答えた。このことから児童は、「複合図形を長方形幾つ分とみて、長方形の個数だけ直交する縦横の辺の組を見つければ求積できる」と、一般化することができた。

適用問題を解く

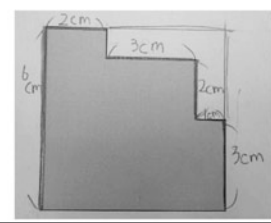
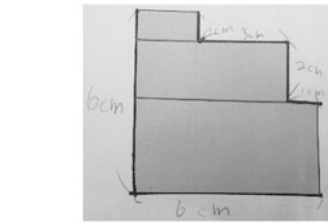
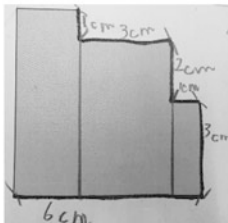


【練習問題】※実際の適用題では、長さは示していない。

下のこぼこ図形の面積を求めましょう。

- ・必要な辺の長さを測り、測った長さを図に書き入れましょう。
- ・図形の辺の長さは、○cmです。小数にはなりません。

解答の仕方から考えて大きく3パターンに分けられる。31人中31人が正答の30cm²を導くことができた。



縦に長方形3つに分けたパターン…17名

横に長方形3つに分けたパターン…6名

大きい正方形から長方形を引くパターン…8名

図7 適用題の解答パターン

(4) 考察

児童の授業の振り返りや様子をもとに、一般化を図る手だての有効性について考察する。

① 求積に必要な辺の数にきまりがあることに気付かせる教材

児童から出た求積方法を3つ黒板に貼り、式をもとにしながら、長さを測った縦の辺には赤、横の辺には青で着色した。すると、児童からすぐに「どれも4本だ」という呟きがあった。私はすぐ全体に「みんなはどう思う？」と呟きに同意するかどうかを尋ね、児童全員の同意を確認した。その様子から、児童は長方形2個という見方から、求積に必要な辺の存在に着目し、どれも4本であるというきまりに気付いたと言える。よって、手だて①「求積に必要な辺の

数にきまりがあることに気付かせる教材」は有効であった。

② 求積に必要な辺の共通点に着目させ、「直交する縦横2組の辺」であることに気付かせる発問

求積に必要な辺の共通点は、「4本」という本数だけではなく、「直交する縦横2組の辺」という辺同士の位置関係まで気付かせなくてはならない。授業構想段階では、手だて②「長さを測る4か所にきまりはありましたか。」と発問すれば、児童は「どの考え方も縦2本横2本なぞってある」と答え、同時に「縦2本横2本の辺は直交している」と認識しているだろうと考えていた。しかし、「直交している」という辺同士の関係を表す発言や呟きは一切出てこなかった。そこで、続けて「縦2本横2本ってどこでもいいの？」と発問したのである。すると、「縦横交互」「直角」などと、辺同士の位置関係を表す言葉が出てきた。このことから、手だて②「長さを測る4か所にきまりはありましたか。」の発問だけでは、求積に必要な4本の辺の内訳（縦2本横2本）と辺の位置関係の両方を意識させるには不十分であることが分かった。よって、手だて②は、「長さを測る4か所にきまりはありましたか。」で求積に必要な4本の辺の内訳を押さえた後、「縦2本横2本ってどこでもいいの？」という発問で、辺同士の位置関係を押さえるという2段の構えが必要であった。

③ 複合図形の求積方法を一般化する教材

2段の複合図形の求積方法を一般化した後、図4の複合図形を提示した。児童は、「3段の複合図形では、長方形3個に分けられるから、直交する縦横3組の辺を見つければ求積できる」と答えた。また、4段でも鉤型でも同じであると答えた。このことから、図4の「複合図形の求積方法を一般化する教材」を提示することで、複合図形の求積方法を一般化することができた。よって、手だて③「複合図形の求積方法を一般化する教材」は有効であった。

5 成果と今後の課題

授業の終わりに行った適用問題では、31人中31人が 30cm^2 の正答を導き出した。児童の式を確認すると、全児童が長方形を分割したり補完したりして、長方形の求積公式を用いて答えを導いていた。また、求積の際、全児童の87%にあたる31人中27人が、直交する縦横の辺の長さを3組測り、必要最低限の辺の長さを求積に用いていた。このことから、少なくとも87%の児童が複合図形の求積方法の一般化を理解し、問題解決に生かそうとしたことが分かる。

本研究の成果として2点挙げる。1点目は、複合図形の求積方法の一般化を行うことができたということである。従来の指導は、2段の複合図形において、長方形の分割と補完における求積方法を考えさせるまでの指導が多かった。しかし、本実践では、その分割と補完の仕組みに着目させ、手だてを打つことによって、複合図形の求積方法を一般化することができた。このことにより、多段の複合図形の求積ができ、学級全員が正答を導き出すことができた。2点目は、複合図形の求積方法を一般化するための有効な手だてを明らかにすることができたということである。2段の複合図形の求積に用いた辺の数と位置関係から長方形の求積公式に帰着させ、2段の複合図形の求積方法について一般化する。その後、3段や4段や鉤型等の複合図形を提示することで複合図形の求積方法が一般化できた。一般化を図るための3つの手だては、手だて②については、補足すべき点があったことは考察で述べた。手だて①③については有効であった。

課題として、本実践より、もっと児童が能動的になれる授業展開が他にもあるのではないかと反省を挙げる。別案の構想として、児童に、いろいろな複合図形を示し、その中から児童が選択し求積するという提案がある。求積に使った辺に注目させ、「どの考え方にも言えることはないかな？」と発問することで、統合的に考える視点を与えるのである。求積で使った辺に着色し、辺の位置関係を可視化しておけば、児童は、直交する縦横の辺の組が分けた長方形の分だけあることに気付き、一般化に繋がる。最後に、2段、3段、4段の複合図形等、様々な求積の問題で確かめることで一般化を確立させるのである。ねらいは同じでも、展開には様々なアプローチの仕方がある。1つの実践だけでなく、様々な実践と比べることでより有効な手だてが明らかになってくるだろう。今後、別の展開を行い、手だての検討を行いたい。

引用参考文献

- ・文部科学省 「小学校学習指導要領解説 算数編」東洋館出版社 2008年
- ・文部科学省 教育課程部会 教育課程企画特別部会（第19回）配付資料 資料1 審議のまとめ（素案）のポイント 2016年8月1日
- ・片桐重男 算数教育の新しい体系と課題第5巻 数学的な考え方を育てる「量と測定」の指導 明治図書出版 1995年