

[算数・数学]

具体的な試行から豊かな量感を育て、数学的思考力を育む工夫

－4年「角の大きさ」での角の合成、分割による角の大きさの見当づけを通して－

貝瀬 孝明*

1 主題設定の理由

生活経験の希薄さからか、長さや重さなどの量に対して、量感を直感する感覚や意識が現在の子どもたちには不足していると感じている。4学年の量と測定領域において、「角の大きさ」を学習するが、角の大きさの計測、作図の際に、60度と120度を安易に間違ってしまう子どもたちの存在がその一例である。

小学校指導要領解説算数編には、「作業的・体験的な活動を積極的に取り入れて、量の感覚を豊かにするよう配慮することが大切である」¹⁾と示されている。この実態を受けて、授業の中で子どもたちに量感をいかに体感させ、豊かな量感を身に付けさせていくか、私が日々の実践で重視している点である。

先に挙げた誤答の背景には、分度器に目盛りが2通り示されていることが原因の1つであると考えられる。しかし、量に対する感覚の視点から分析すると、この誤りは、児童が分度器の目盛りに頼りすぎ、本来もたなくてはならない角の大きさに対する量感を認識する経験が不足していることが原因ではないかと考える。ここでいう、角の大きさの量感とは、「60度とはこのくらいの大きさ」、「120度とはこのくらい大きさである」とイメージできることととらえる。このイメージがもてるようになれば、分度器の測定による60度と120度の取り違いは生まれなくなると考え、本研究に取り組むこととした。

小学校指導要領解説算数編には、量の大きさについての量感を豊かにしている姿が、「長さ」を例に4つ示されている。そのうちの1つは、「鉛筆を見て、『長さはだいたい20cmぐらい』というように、長さの見当づけができる」と²⁾となっている。これを、角で考えると、「角を見て、『角の大きさはだいたい30度ぐらい』というように角の大きさの見当づけができる」と置き換えることができる。また、飯田（2002）は、量の大きさについての感覚を構成する要素の一つが、「概測の能力であり、これが従来から『量感』と呼ばれてきたものである」³⁾と述べている。また、池野（2004）は、「実測する前に、大体の大きさを予想させることができることが、量感育成のための要ともいべき活動である」⁴⁾と指摘している。そこで、例示を参考に、具体的手立てをとって量の見当づけができる力を育てていくことで、上記の問題が解決できるのではないかと考えた。しかし、量の見当づけといっても、ただ漠然と見当づけを繰り返してもなかなか量感は身に付くものではない。長さを見当づける際なら、自分の手のひらを広げて親指から中指までがだいたい20cmであるという手がかりがあると量感は一段と確かなものとなる。そこで、角の大きさについても、手がかりとなる量をもとに確かな量感が育てられるのではないかと考えたのである。角の大きさについては、第3学年で直角を学習している。この直角を手がかりにいろいろな見方で角の大きさを見当づけることで確かな量感とともに、豊かな量感が子どもたちに育ち、数学的思考力が育まれていくのではないかと考え、本主題を設定した。

2 研究の目的

角の大きさに対して、豊かな量感を育てる手立てとして、角の合成、分割による角の大きさの見当づけの有効性を明らかにする。

3 研究の方法

量感を育てる過程において、量についていろいろな見方を経験することが豊かな量感を育てることに結びつくと考える。量感を育てるには、大きさを比較、検討する手がかりとなる量の存在が必要である。そこで、3学年で学習する内容である直角を手がかりにし、分度器や三角定規を使わずに、いろいろな角度を見当づけることで、量感を育て

* 長岡市立日越小学校

ていくことに取り組む。

具体的には、以下の(1)と(2)にある2つの手立てを講じ、(3)のように経験を積み重ねることで定着を図ることとする。その中で、子どもたちの活動の様子、角に対する感覚の変容から角の大きさについてどのような見方が子どもたちに育ち、その中で豊かな量感が育つためにはどのような手立てが有効であったのかを検証していくこととする。

(1) 角の分割による見当づけ

長さの分割を想起させ、角も直角を手がかりにそれを分割して45度、30度、60度などの角の大きさを見当づけできるようにする。

(2) 角の合成による見当づけ

角の分割によって見当づけされた角と直角とを合成することで120度、135度、150度などの角の大きさを見当づけできるようにする。

(3) 角の大きさを見当づける経験の積み重ね

ゲーム感覚で見当づけした角の大きさの精度を競い合う活動を行うことで、より正確さを求める意欲を喚起する。角の大きさについて、計測する際、作図する際に、まず角の大きさを見当づけしてから取り組む経験を積み重ねる。

4 実践の内容

上記、目的の検証のため以下の単元の指導計画を検討し、実践・検証を行うこととした。

(1) 実践単元

① 単元名 角の大きさ

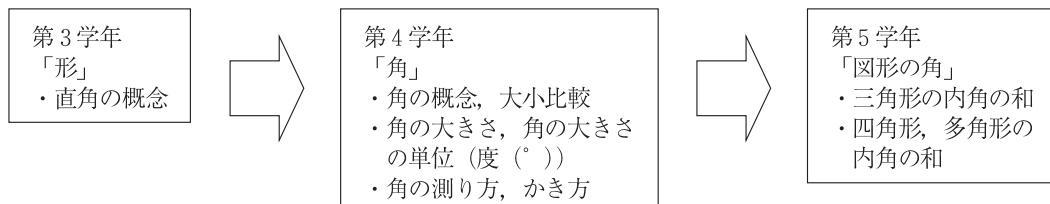
② 学年 4学年

③ 単元の目標

角の大きさを回転の大きさととらえ、それを表す単位として度(°)について知り、角の大きさを測定したり、決められた大きさの角をつくったりすることができるようになる。

(4) 角の学習の系統

角について、3学年では角の特別なものとして、直角について学習してきている。4学年では、図形としての角から量としての角の学習をすることで、角の概念を拡張していく。



(5) 単元の学習計画 (全8時間)

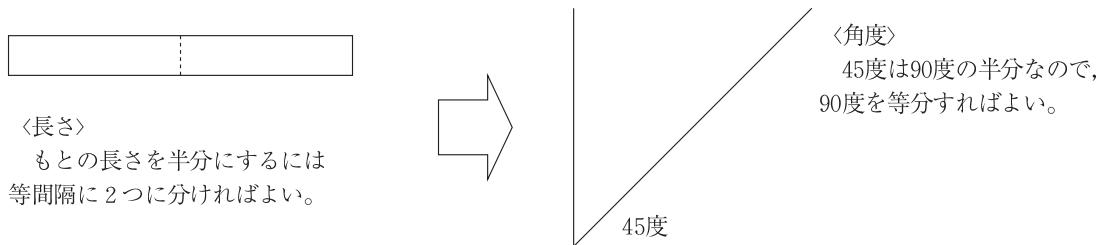
| 時 | 小単元 | 学習活動 |
|---|---------|---|
| 1 | 角 | <ul style="list-style-type: none"> ・三角定規を利用して、角の定義と角・頂点・辺の用語を知る。 ・三角定規の角の大きさを比べる方法を考える。⇒三角定規を重ねて比較する。(直接比較) |
| 2 | 角の大きさ | <ul style="list-style-type: none"> ・辺の開き具合としての角の大きさを比べる方法が分かる。 ⇒前時の比較方法を活用。(三角定規などの任意単位による比較) |
| 3 | | <ul style="list-style-type: none"> ・角の大きさを表す単位を知る。 ・1直角、2直角、3直角、4直角より、角の大きさを回転の大きさとしてとらえる。 ・三角定規のそれぞれの角の大きさを知り、その組み合わせにより、いろいろな大きさの角をかく。(単純な角の合成を扱う) |
| 4 | | <ul style="list-style-type: none"> ・角の分割・合成により角の大きさを見当づけして、指定された大きさの角をかく。(180度以下) |
| 5 | | <ul style="list-style-type: none"> ・角の分割・合成により角の大きさを見当づけして、指定された大きさの角をかく。(180度以上) |
| 6 | 分度器の使い方 | <ul style="list-style-type: none"> ・分度器の使い方を知り、角の大きさを予想してから、正しく測る。 |
| 7 | | <ul style="list-style-type: none"> ・分度器を用いて決められた角をかく。 |
| 8 | 角の計算 | <ul style="list-style-type: none"> ・三角定規を用いてできるいろいろな角の大きさを計算で求める。 |

(2) 授業の実際

① 角の分割による見当づけ

【45度の見当づけ】

まず、45度の見当づけからスタートした。課題として、「直角（90度）を手がかりにすると45度はどれくらいになるでしょうか。」と子どもたちに投げかけた。45度は直角の半分の大きさであることが子どもたちの中で共通理解された上で、角の大きさを半分にすることとはどういうことかを、長さを半分にする操作と関連づけて考えさせた。



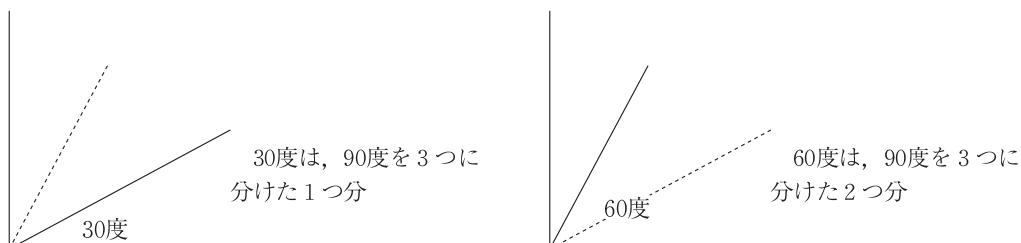
上記の図のように、長さを半分にする操作を想起させた上で、問題解決に取り組ませた。すると、90度を半分に分割してそれぞれの角の大きさが等しくなるな直線を引こうと試行錯誤し始めた。いわゆる角の2等分線の作図である。子どもたちは、直線を引いてはそれぞれの角度が等しいかどうかを、それぞれの角の開き具合を見て確かめていた。多くの子は、視覚的な直感に頼っていたが、三角定規を重ね合わせる直接比較の経験を生かし、頂点に着目し、そのとがり具合に着目する子がいた。また、自分が引いた直線上の任意の1点から0度と90度の線に垂線を引いてその長さを指で確かめる姿も見られた。このような姿を全体に紹介することで、角の大きさを等分することはどのようなことかということが少しずつ子どもたちの中に理解されていった。

最終的には、三角定規の45度の角度を重ね合わせることで、自分が作った角の大きさの精度を確認した。

【30度、60度の見当づけ】

次に、30度の大きさの見当づけを行った。45度の見当づけの学習活動を生かして子どもたちは問題解決に取り組んだ。90度を3等分して、その1つ分の角が30度であることをみんなで確認した。

さらに、60度はどれくらいと問うと、30度が2つ分で60度になることから、90度を3等分した2つ分の大きさが60度であることに気付いていった。



また、これらの活動をゲーム感覚で繰り返し行い、友達とどちらの角がより指定された角の大きさに近い角を作図できるかを競った。このときも、三角定規の30度、60度の角を重ね合わせることで精度を確認した。繰り返すごとに、指定された角度に近い角の大きさを作図できるようになる子が多くなった。

子どもたちの感想

- ・紙なら、45度は折れば正確にできると思った。
- ・30度や60度の大きさがだいたいどれくらいなのか分かってきた。
- ・長さと同じように角の大きさも半分にしたり、いくつかに分けたりできることができた。

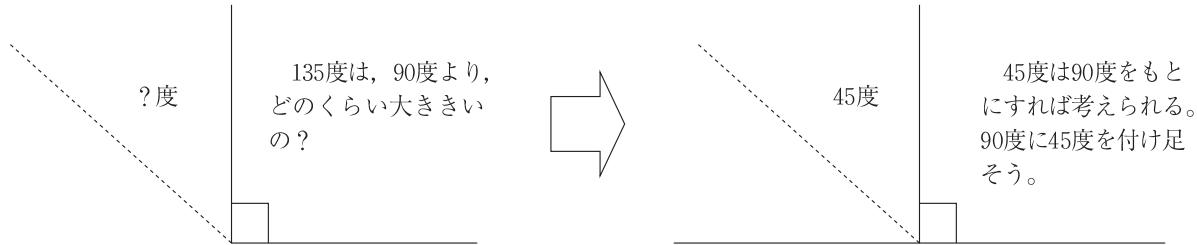
② 角の合成による見当づけ

【135度の見当づけ】

まず、135度はどれくらいの大きさになるかを見当づけて作図するように投げかけた。

角の分割での活動を想起し、子どもたちは90度を手がかりに、135度が90度よりどれくらい大きいのかを考えた。そして、135度は90度より45度大きいことを確認すると、それそれが作図に取りかかった。

ここでは、角の分割による方法で見当づけされた角を、直角と合成することで90度よりも大きい角度の見当づけを図ろうと試みた。

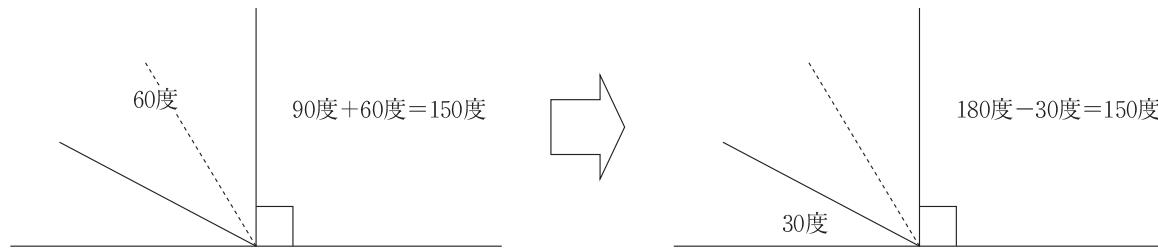


子どもたちは、90度（1直角）から180度（2直角）の間を2等分することで45度を見出し、この角の分割と合わせ、90度と45度を合成することで135度の大きさを見当づけることができた。

【120度、150度の見当づけ】

次に、120度と150度の見当づけを行った。それぞれ、90度に30度、60度を合成することで子どもたちは作図に取り組んだ。135度の見当づけ同様に、今度は90度（1直角）から180度（2直角）の間を3等分することで30度を見出していた。

ここで、150度の見当づけの際、ある子が90度に60度を合成するのではなく、180度から30度の部分が欠けた大きさが150度であるという見方があることに気付いた。



③ 180度より大きい角の見当づけ

150度の見当づけの際に、90度を手がかりにするのではなく、180度を手がかりにする考え方が出てきたので、その考え方を使って、210度と300度の見当づけの方法も子どもたちに考えさせた。

・210度の見当づけ

C：210度は180度より30度大きいから、180度に30度をくっつければよい。

・300度の見当づけ

C：300度は180度より120度大きいから、180度と120度を合わせればよい。

C：それより、270度をもとにして、そこから30度を増やせば300度になると考え方方がいいと思う。

C：360度から60度が欠けた部分が300度になるとも考えられるよ。

上記のような考え方が子どもたちから出された。

④ 分度器での測定と角の大きさの見当づけの一体化

5時間目に分度器による角の大きさの測定を行った。分度器の使い方を説明した後、目盛りの読み方を確認し、練習した。4時間目の学習を生かし、いろいろな角度を測定する際に、まずはぱっと見て角の大きさを自分で見当づける活動を取り入れた。

60度の角を「90度を3つに分けた2つ分くらいの大きさだから、60度くらいかな。」、100度の角を「90度より少し大きいから100度くらいかな。」という見方が子どもたちの中に定着していった。ここでは、10度は30度を3つに分けた1つ分であるという見方も子どもたちの中から出された。

6時間目の決められた角をかく学習の際も、分度器による測定の前に示された角の大きさを見当づけてから作図に取り組むようにした。

この結果、60度と120度を取り違えて測定したり、作図したりする子どもは皆無に近かった。120度を60度にしている間違いを指摘すると、「あっ、120度は90度よりも大きかったんだよな。」と自分の間違いをすぐに修正することができていた。

5 考察

(1) 角の分割による見当づけについて

長さの分割を想起させることと90度を手がかりとしてすることで、45度の見当づけについては、ほとんどの子どもが同じような角の大きさを見当づけすることができた。90度は分度器がなくてもかなり正確に作図できる。それを手がかりにすることで、2等分、3等分した角の大きさもかなり精度の高い見当づけができるにつながっていた。

また、90度の角を2等分、3等分する活動を通して、角も長さと同じように等分できる量であることが子どもたちには認識できた。これは、角の大きさという量の見方を広げることにつながったと考える。また、等分して分けられたそれぞれの角が本当に等しいかを比較する活動を通して、角の大きさが線分の開き具合であることとして強く認識できた。

さらに、角を分割することによって90度という大きさが、45度が2つ分の大きさであること、30度が3つ分の大きさであること、60度と30度が合わさった大きさであることにも気付くことができ、次の活動である角の合成にも目を向けるきっかけとすることことができた。

角の分割により、1つの角の大きさをほかの角の大きさと関連付けて考える活動が組織され、それが豊かな量感を育てることに有効に働いたと考える。

そして、90度を手がかりに45度、30度、60度の大きさを見当づけすることで、それぞれの角の大きさの大小関係がしっかりと意識づけられたことも量感を育てる上では効果的であった。

(2) 角の合成による見当づけについて

ここでは、90度よりも大きな角に対して、その量感を身に付けてほしいと考えた。

120度の見当づけを例に挙げると、90度を手がかりに、そこに30度を合成することで見当づけできることをみんなで確認した。角は合成により、角の大きさはより大きくなっていくということを、手がかりとなる90度と、90度と30度を合成した角の大きさを視覚的に比較することで容易に認識していくことができた。

135度と150度の見当づけも同じように、90度を手がかりに学習したことを生かして見当づけすることができた。このことは、角の大きさにも加法が適用できるという新たな見方につながっていった。

また、150度を90度+60度という見方でなく、180度-30度とする見方も子どもたちから出された。このことで、角の大きさは、加法だけでなく減法についても適応できるという見方が受け入れられることになった。また、90度を手がかりに角の大きさを見ていた子どもたちが、180度という角の大きさを新たな手がかりとして角の大きさを見られるようになったともとらえられる。この発想を、180度よりも大きい角の見当づけの際につなげていくことができた。

ここでも、角の大きさをほかの角の大きさと関連付けて考えることが、豊かな量感を育てることに有効に働いていると言える。

(3) 180度より大きい角の見当づけ

180度を超える角の大きさについては、なかなか子どもたちが認識しづらい部分である。しかし、今まで学習したことを見かし、180度、270度、360度を手がかりにすれば、角の大きさの見当づけができるなどを子どもたちが説明していた。ここで、直角（1直角、2直角、3直角、4直角）の必要性を子どもたちは実感することができた。

(4) 角の大きさを見当づける経験の積み重ねについて

4・5時間目の活動では、席が近くの友達と見当づけした角の大きさがどちらが正確かを競うゲームを行った。回数を重ねるごとに、より短時間で、より正確な角の大きさを見当づけることができるようになる子が多くいた。このことから、量感を育てるには、角の大きさを視覚的にとらえたり、試行錯誤して作図したりする経験の積み重ねが有効であることが分かった。

また、分度器を使った6時間目の角の測定、7時間目の角の作図の活動においても、測定や作図の前に角の大きさの見当づけをすることを習慣づけるように声掛けをした。このことで、分度器を使う前に角の大きさが自分の頭の中にイメージできている状態がつくられ、60度と120度の大きさを取り違えることがほとんど見られなかつたのだと考える。分度器に頼らない角の大きさの見当づけの経験が量感を育てることに有効に働くことが実感できた。

6 まとめ

本研究を通して、豊かな量感を育てるということは、量の大きさに対する感覚を育てることだけでなく、量に対する見方を豊かにすることが重要であることが明らかになった。

本研究を始めるに当たっては、量感というものを狭義の意味でしかとらえていない自分がいた。角の大きさについての量感を角の大きさをより正確にイメージできる力ととらえ、その1点についてのみ子どもたちに身に付けさせたいと考えていたのである。

本研究を通して、角の大きさについての確かな量感を育てるには、角の大きさを比較、見当するための手がかりとなる量が必要で、それを手がかりに角の大きさの見当づけをする活動は、大いに有効であったと言える。常に直角を手がかりに考える活動を繰り返すことで、60度は直角よりも開きの小さい角であり、120度は直角よりも開きの大きい角であることが強く意識づけられた。そして、この意識づけにより、60度と120度を取り違える子どもは大幅に減少した。さらに、作図の繰り返しにより感覚的に素早く角の大きさをイメージできるようになった。

しかし、これらの量感が育った裏には、角の大きさに対してもいろいろな見方ができるようになったことが要因ではないかと考える。

角の大きさの分割においては、「角の大きさを等分するとはどのようなことなのか」、「等しい角とはどのような状態なのか」を考えるよい機会となった。その中で、角の大きさに関しては線分の長さではなく、線分の開き具合を見なくてはいけないという見方が育つていったのである。

また、角の大きさの合成においては、「角は合成するとより大きな角になる」こと、このことから「角の大きさにも加法が適応される」といった見方ができるようになった。

さらに、子どもたちが、どうしてより正確により素早く角の大きさを見当づけられるようになったのかについても、角の大きさに対する見方が変わってきたからだと考えられる。それは、子どもたちが角の大きさをどのような見方でイメージしているのかを角の大きさの見当づけについて、その根拠を説明する中で見えてきた。150度を例に挙げると、150度をイメージする際、子どもたちは $90\text{度} + 60\text{度} = 150\text{度}$ と見たり、 $180\text{度} - 30\text{度} = 150\text{度}$ と見たりしている。同じ150度を見当づけるにも一人一人違った見方をしているのである。問題解決の際に、このいろいろな見方を出し合い、それぞれどんなよさがあるのかを検討することが大事である。

分度器による角の大きさの測定、作図も大事であるが、ここにのみ力を入れていたとしたら、指導計画の8時間目の学習で足踏みをしてしまう子どもが必ず出てくる。今回の指導計画のような流れに沿って、角の大きさの合成や分解を取り入れていった結果、三角定規の角の組み合わせによってできる角の大きさを計算で求める問題にとまどう子がほとんどいなかった。それは、角の分解や合成を経験することで角の大きさについていろいろな見方ができるようになったからであり、角の大きさに対して加法や減法を適応する経験を既にしてきたからだと考えられる。

本研究の成果を生かし、長さやかさ、重さについても、より一層豊かな量感を育て、その中で数学的思考力を育んでいく指導の在り方を今後研究していくたいと考えている。

引用文献

- 1) 文部省『小学校学習指導要領解説 算数編』東洋館出版社 1999年 p.44
- 2) 上掲1) p.44
- 3) 飯田慎司「子どもに育てたい量感覚と数値化のよさに気付く授業」『新しい算数研究No.380』東洋館出版社 2002年9月号 p.5
- 4) 池野正晴「『量』についての豊かな感覚をはぐくむ」『新しい算数教育No.404』東洋館出版社 2004年9月号 p.5

参考文献

- 町田彰一郎編『小学校算数指導実践資料集 第4巻 豊かな量感を育てる量と測定の指導』日本教育図書センター 1995年