教育実践研究　第18集（2008）　61－66

［算数・数学］

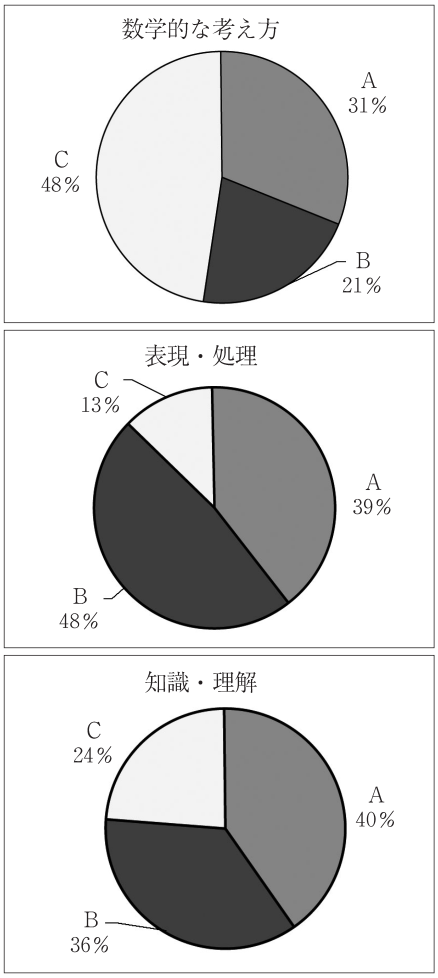
数学的な考え方の力を伸ばす数学科学習指導

－コンピュータを用いた「文字式」「一次関数」の指導を通して－

佐藤　秀雄*

1　研究の目的

中学校の定期テストでは多くの場合，「知識・理解」「表現・処理」「数学的な考え方」の観点別で問題を出題し，評価している。本年度１学期に行われた本校の定期テスト（２年生）の結果をみると，Ａ・Ｂの評価である生徒の割合は，「知識・理解」「表現・処理」では７割以上であるのに対し，「数学的な考え方」は５割程度である。（グラフ１参照）



グラフ１

日頃の授業を振り返ってみると，知識や技能については，問題練習の時間を確保したり，分かりやすい説明を心がけるなど，比較的意識して授業を行っている。しかし数学的な考え方については，具体的な指導法が授業の中で意識されていないと感じる。生徒にとっても，知識・理解については教科書を読んで用語の意味を理解する，表現・処理については問題集に取り組むなど，学習しやすいと感じるが，数学的な考え方については，難しい文章題や応用問題としかとらえておらず，苦手意識をもっている様子がある。

私は，数学の学習が面白いと感じる生徒を育てたいと考えている。面白いと思う気持ちが，生徒が主体的に学習していく原動力となると考えるからである。しかし，知識や技能にのみこだわり，誤答すると意欲を失う生徒が多いと感じている。その結果，数学を嫌いになる生徒が多い。授業を担当している生徒に「数学の勉強を面白いと感じますか」というアンケートを実施したところ，面白いと答えた生徒は46％，面白くないと答えた生徒は54％という結果になった。面白くないという主な理由が「問題が解けない」であり，正誤にこだわる生徒の様子がうかがえる。正答を求めることも重要であるだろうが，正答に至るまでの考え方が大切であり，そこに数学の面白さがあると考える。

では，数学的な考え方とは何なのか。学習指導要領解説では「数学科における推論の進め方には，帰納，類推，演繹の方法などがあり，これらは小学校のときから自然な形で指導されている。中学校では，これらの推論の方法の違いについて自覚できるようにし，必要な場面に応じて適切にこれらの方法を用いることができるようにすることがその指導の大きなねらいである。一般に帰納や類推は，具体的経験に基づいてより一般的な法則を予想し発見していく大切な方法である。しかし，帰納や類推によって導かれた事柄は必ずしも正しいとは限らないこと，また，その事柄が正しいことをたしかめるためには，演繹の方法が必要であることを理解できるようにする。」と述べられている。また，片桐重男氏はその著書で，数学的な考え方として「帰納的な考え方」「類推的な考え方」「演繹的な考え方」「統合的な考え方」「発展的な考え方」「抽象化の考え方」「単純化の考え方」「一般化の考え方」「特殊化の考え方」「記号化の考え方」を挙げている。

本実践では，この帰納・類推・演繹の流れを中心に，数学的な考え方の視点を「文字の式」「一次関数」の単元の授業に取り入れ，生徒が「数学的な考え方」を体験することのできる授業展開に取り組むこととした。

＊ 三条市立下田中学校

2　研究の内容と方法

コンピュータを利用し,「文字式」「一次関数」に関する課題を設定する。

帰納・類推の考え方を用いるには，多くのデータが必要である。コンピュータは値を入力すると，結果が即座に返ってくる。この性質を利用し，教材ソフトを開発することで，より多く試行錯誤することを可能にする。これにより，生徒が文字式や関数の規則性を見つけ出すことを，容易にすることができると考える。また，見つけ出した規則性が正しいかどうか，値をあらためて入力し確かめることができる。

また，プリントに印刷された課題では値が固定されているが，コンピュータを用いることで，自分で選んだ値についてのデータを得ることができる。固定された値について考えるのではなく，学習者が自由に値を選ぶことができる。このことから，単に答えを求めるだけでなく，次にどのような値を入力すればうまく答えが求められるだろうかという発展的な課題に取り組むことができると考える。

3　実践の概要

〈実践例１〉

⑴　題材名　「文字式」：対象学年１年生

⑵　題材の目標　文字の意味・意義を理解し，文字を用いて数量の関係や法則を式に表現したり，式の意味をよみとったりすることができるとともに，文字を用いた式の計算ができる。

⑶　活動の流れ（全11時間）

時数：１～５Ｈ	６～11Ｈ
文字式 ①ストローを使って正方形を横に並べる問題を通して，数の代わりとしての，文字の意味を理解する。 ②簡単な数量を文字式で表す。 ③文字式の積や商の表し方のきまりを理解する。 ④いろいろな数量を，文字式の表し方のきまりにしたがって表す。 ⑤代入，式の値の意味を理解し，１つの文字に数を代入した場合の式の値を求める。	式の計算 ⑥項と係数の意味を理解する。 ⑦１次式の意味を理解する。 ⑧同じ文字を含む項は１つの項にまとめられることを理解し，その計算をする。 ⑨１次式と数の乗法・除法，１次式の加法・減法の意味を理解し，その計算をする。 ⑩複雑な１次式の計算をする。 ⑪課題学習（本時）

⑷　本時までの授業について

①の授業では，パズル的な要素を含む課題であり，生徒は興味を持って意欲的に取り組んだ。最初は実際のストローを数えていたが，次第に正方形を増やしていく過程で「３ずつ増えていく」という規則性を発見し，喜んで自分が見つけた法則を発表した。そこで（増えていく本数）＋（最初の１本）という言葉の式をつくり，それを３ｘ＋１という文字式で表すことを学んだ。生徒は「言葉の式や○や□を使うより，なんだかかっこいい」といった感想をつぶやいていた。簡潔・明瞭に表す文字のよさを学んだ様子がみられた。

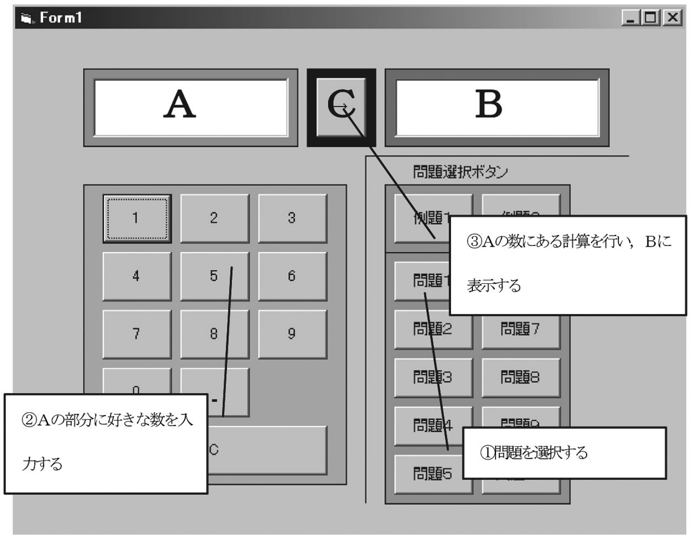


図１　学習ソフト

②～⑩の授業では，文字の表し方や文字式の計算方法を学習した。問題に意欲的に取り組み，基本的な表現処理の仕方を習得し，数量の関係を形式的に考察できるよさを学んだ。しかし，分数を含む文字式の計算，など複雑になると「わからない」と苦手意識を持ち始める生徒が出てきた。

⑸　本時の授業について

授業では，Microsoft Visual Basic 6.0を用いてプログラミングした自作のソフトウェアを使用した。(操作方法は図１参照）授業の流れは以下の通り。

Ｔ１　まずは例題１をやってみましょう。１を入れると３が出てきます。２を入れると６が出てきます。さて，３を入れると何が出てくるでしょうか。(図２の学習プリントに記入しながら考える。)

Ｓ１　９が出てくる。

Ｔ２　正解です。ボタンを押すと，どんな計算がされるのでしょうか。

Ｓ２　３をかけている。

Ｔ３　そうですね。「３をかける」とプリントに記入しましょう。

Ｔ４　もう一つ練習してみましょう。例題２です。１を入れると３が出てきます。２を入れると何が出てくると思いますか。

Ｓ３　６が出てくる。また，さっきと一緒だ。

Ｔ５　２を入れると４が出てきます。

Ｓ４　あれ？

Ｔ６　３を入れると何が出てきますか。

Ｓ５　あっそうか。５だ。

Ｔ７　正解です。もう分かりましたね。どんな計算をしているのでしょうか。

Ｓ６　２をたしています。

Ｔ８　そのとおりです。「２をたす」とプリントに記入しましょう。

Ｔ９　さて，もっと難しい問題が，コンピュータの中に入っています。

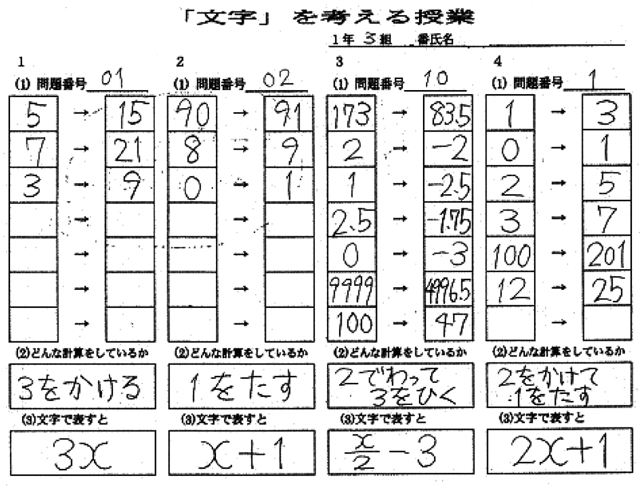


図２　学習プリント

Ｔ10　記録用紙（図２参照）を利用して，それぞれの問題がどんな計算をしているのか，当てましょう。

生徒は，それぞれの問題について，例題と同様の方法で取り組んでいった。

問題の答え合わせを終えた後，言葉の式を文字の式で表す方法を示した。自分が行った多くの試行錯誤の計算を，文字の式に一般化できる事を学んだ。

〈実践例２〉

⑴　単元名「一次関数」：対象学年２年生

⑵　題材の目標

具体的な事象の中から２つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，一次関数について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。

⑶　指導計画

次	学　　習　　活　　動	時　間
1	観覧車に，乗ってからの時間にともなって変わる数量を挙げる活動を通し，関数の意味を理解する。 温め始めてからの時間にともなって変わる水温について調べる活動を通し，一次関数の意味を理解する。	１時間
	コンピュータを用いて，ともなって変わる２つの数量について調べる活動を通し，その間にある対応の決まりをとらえることができるようにする。	１時間 (本時)
	前時での学習を振り返る活動を通し，変化の割合の意味とその求め方を知る。	１時間
2	１次での学習を座標と結びつけ，一次関数のグラフが直線になることを理解する。 一次関数のグラフをかくことができる。	１時間
	変化の割合と，一次関数のグラフの傾きとの関係を理解する。 １次の学習や，ｙ＝ａｘとｙ＝ａｘ＋ｂのグラフの比較を通し，切片について理解する。	１時間
	一次関数のグラフの特徴を理解し，効率よくグラフをかくことができる。 ｘの変域が指定されたときの一次関数のグラフをかくことができる。	１時間
3	傾きと切片を読みとることによって，直線の式を求めることができる。 １点の座標と傾きを使って，直線の式を求めることができる。	１時間
	２点の座標を使って，直線の式を求めることができる。	１時間
4	一次関数のグラフや式を使って，日常にある問題を解く。	１時間

⑷　授業の実際

授業において使用するソフトウェアは，実践例１で用いたものと同じ物を利用した。

Ｔ１　入り口と出口がある箱を，想像してください（黒板に箱の図をかく）

Ｔ２　例題１です。この箱に，１を入れると３が出てきます。２を入れると６が出てきます。さて，３を入れると何が出てくるでしょうか。

Ｓ１　９が出てくる。

Ｔ３　正解です。箱の中で，どんな計算をしているのでしょうか。

Ｓ２　３をかけている。

Ｔ４　そうですね。この箱の中で，入れた数に３をかけています。ここで，入れる数を代表して変数xで表します。また，出てくる数を代表して変数yで表します。xに３をかけるとyになるわけですから，この関数の式を$y = 3x$とかきます。

Ｔ５　もう一つ練習してみましょう。例題２です。１を入れると３が出てきます。２を入れると何が出てきますか。

Ｓ３　６が出てくる。またさっきと一緒だ。

Ｔ６　２を入れると，４が出てきます。

Ｓ４　あれ？

Ｔ７　３を入れると何が出てきますか。

Ｓ５　あっそうか。５だ。

Ｔ８　正解です。もう分かりましたね。箱の中で，どんな計算をしているのでしょうか？

Ｓ６　２をたしています。

Ｔ９　そのとおり。式は$y = x + 2$とかきます。

Ｔ10　今やったことと同じ問題が，コンピュータの中に入っています。（操作方法の説明）

２年生数学ワークシート

コンピュータを利用した関数の授業

２年　組　番氏名

例題１ ／ 問題５ ／ 例題２ ／ 問題６ ／ 問題１ ／ 問題７ ／ 問題２ ／ 問題８

x	
y	

式

図３

Ｔ11　では，記録用紙（図３参照）を利用して，それぞれの問題がどんな計算をしているのか，当てましょう。

実践例１と同様に，生徒はそれぞれの問題に意欲的に取り組んだ。

４　結果と考察

⑴　授業の様子について

実践例１・２ともに，例題を提示している段階で生徒は課題に意欲を見せた。予想と異なる結果への驚きが，気持ちを引きつけていた。なぜそうなるのか探求してみようという意欲が生まれた。普段なかなか課題に集中できない生徒も，夢中で課題に取り組んだ。皆，我先にと発言をし，積極的に授業に参加した。先に答えを見つけられると「今，分かりかけいてたのに。」と悔しがり，いち早く答えを見つけた者は得意げな顔を見せた。

学習が進むと，負の数や分数の範囲に計算が広がり，答えを導き出すのに時間がかかるようになった。まもなく，生徒の中から自然に，「うまい方法」を発見したという声が挙がるようになった。その発言を全体で取り上げ，考えるヒントとした。普段，あまり発言しない生徒が発見したことであり，他の生徒は感嘆の声をあげた。

このように，授業では生徒の主体的な学習の姿が見られた。生徒の意欲を高めたものは，数学的に考えることの面白さであったと考える。試行錯誤を繰り返し，多くのデータの中から，帰納的に答えを導き出すことができ，そこにクイズやパズルのような面白さを感じている様子であった。逆に，数学的な考え方を用いることを促しているのが課題の面白さや生徒の意欲である。相互に関係しあい，数学の学習を高めていくことができると考える。

⑵　生徒が数学的な考え方を用いた場面について

①	・「表にかくとわかりやすくなる。」 ・「１から10まで入れてみて，yを並べて違いを調べる。」

いくつかのデータを集め，ワークシートを利用して表をつくる。そして，それらのデータの間に共通にみられるルールや性質を見いだし，どの様な計算をしているのか推測する。その推測が正しいかどうか，新しい値を入力して

みて確かめてみる。これは**帰納的な考え方**を用いている。また，「２倍する」問題の後に，同じように「何倍かするのでは」と推測して課題に取り組む。これは**類推的な考え方**を用いている。

②	・「入力する数を１つずつ増やしていくとどうなるかをみるとよい」 ・「ｘを１増やすとｙがいくつ増えるか？を調べる。」

多くの問題を通し，ｙ＝aｘ＋ｂのａの意味について気づいた。ａつまり変化の割合は，「ｘの増加量に対するｙの増加量の割合」「ｘが１増加するときのｙの増加量」で，関数の変化の様子をとらえることのできる数である。「このａの部分の数はこういうことではないか？」と気づき，確かめ，それを自分なりに表現していた。**帰納的な考え方**を用いている。

そして，「同じように考えられないか」と次の問題に取り組んでいった。これは**類推的な考え方**を用いている。

また，ｙ＝２ｘとｙ＝２ｘ＋３の変化の割合が同じであることから，「比例と一次関数は，似たようなものだ」と感想を述べた生徒がいる。比例を一次関数の一つの種類としてとらえており，これは**統合的な考え方**を用いている。

③	・「100など，切りが良い数を入力すると，その計算の特徴が分かりやすくなる」 ・「何百，何千の桁を入れてみたり，小数の値を入れてみたりするとよい」

100を入れると203が出てくる。1000を入れると2003が出てくることから，２倍して３を足す計算をしていることが分かる。ここでは，特殊な値を入れてみて，その特徴を調べようとしている。**特殊化の考え方**を用いている。これは，プリントを用いた授業では出てこなかった。コンピュータを用いたからこそ出てきた考え方である。

また，100，1000を入力すると，特徴が分かりやすくなることに気づき，次の問題にも同じようなことが使えるのではと考え，同じ方法を試してみる。これは**類推的な考え方**を用いている。

④	・「０だったらｙがいくつになるかを調べると，いくつ足すかが分かる。」

なぜそうなるのかという問いかけに対し，生徒は０に何をかけても０になり，最後にいくつ足すかだけが残るから，と答えている。y＝aｘ＋ｂでｘ＝０のときのｙの値であり，変数ｘに関係しない一定の値である。ｙ＝aｘ＋ｂのｂ，切片の意味について気づいている。ここでは，**演繹的な考え方**を用いている。

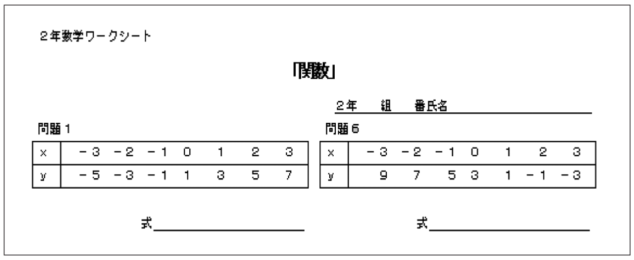
特に①・②に関して，①は個々の問題に対する「結果」についての帰納的・類推的な考え方の流れであり，②は複数の問題に共通する「方法」についてのそれである。①の繰り返しが②につながり，課題に対する理解を深めていくと考える。

⑶　実践例１と実践例２の比較について

実践例１では，70％の生徒が全ての問題を正答し，20％の生徒が８割以上の問題を正答した。実践例２では，80％の生徒が７割以上の問題を正答し，10％の生徒が６割以上の問題を正答した。実践例２は１と比較して正答率が下がっている。

これは，文字式に習熟しているものとして，答えを式で表すように課題を設定したが，それが難しく手間取っていたことが原因として考えられる。ｘにどんな計算をしてｙになるか言葉で説明することはできても，それを式で表すことができない生徒が多かった。

しかし，実践例２は⑵の②のように，複数の問題に共通な性質を見つけていくという発展的に考えることができた生徒が実践例１に比べて多かった。実践例１での数学的な考え方を用いた学習の経験が，実践例２で生きているといえる。


２年数学ワークシート

「関数」

２年　組　番氏名＿＿＿＿＿＿

問題１

x	−３	−２	−１	０	１	２	３
y	−５	−３	−１	１	３	５	７

式＿＿＿＿＿＿

問題６

x	−３	−２	−１	０	１	２	３
y	９	７	５	３	１	−１	−３

式＿＿＿＿＿＿

図４

また，比較のためにプリント（図４参照）を使って同様の問題に取り組む授業を行ったところ，コンピュータを用いた授業の方がプリントを用いた授業に比べて正答率が約10％高かった。固定された値ではなく，自由に値を選ぶことができるというコンピュータのメリットを生かし，生徒の主体的な学習を促すことができた結果であると考えられる。⑴で述べたように，主体的な学習はより数学的な考え方を用いることを促し，数学の学習を高めていくことができると考える。

⑷　アンケート・生徒の感想より

自由記述の授業感想で「問題を解くのが面白かった。」「考えていくと楽しかった。特に答えが分かると。」など，「楽しい」「面白い」という言葉を書いた生徒が63％いた。数学的な考え方を用いて課題を解決していく経験を通し，その面白さを体験することができたと考える。

授業後に実施したアンケートで,「文字のよさを理解できましたか。」という問いに対し，87％の生徒ができたと答えた。授業前に実施したアンケートと比較すると，できたと答えた生徒が25ポイント増加している。このことは，数量の関係を一般的に表すことができる文字のよさを学んだことを示している。

「私は最初，文字なんて便利なのかなと疑問に思っていました。でも，この授業で文字の便利さが分かりました。無限に続く数が，文字を使えば簡単に表すことができるなんて，文字ってすごいなと思いました。」という感想を述べた生徒がいた。また，授業前に「難しいから便利だとは思わない。」と答えていた生徒が「たくさんの計算を一つにまとめているのはすごいと思った。」とその記述を変化させた。

「文字のよさが理解できない。」と答えた生徒の理由で,「将来社会に出ても使うとは思わない。」というものが見られた。今後，生徒が興味を持てるような具体的な場合や数に戻って考える場面を授業で多く取り入れたい。

また,「文字を思いついた人はすごいと思った。だから計算が難しくなるのは分かったけれど，やっぱり文字式は大変。」と感想を述べた生徒がいた。これは数量の関係を抽象的な数の関係に還元して形式的に考察するという文字のよさが充分に理解されていないことを示している。さらに文字式の計算について習熟させるための手だてをとる必要があると考える。

5　まとめと今後の課題

生徒は多くの場面で数学的な考え方を用いて問題に取り組んでいた。本実践は数学的な考え方を体験させるために有効な授業ではあったといえる。しかし，以下の点で課題が残る。

生徒に，数学的な考え方を用いて課題を解決する体験をさせることができたが，それが数学的に考える力を伸ばしたか評価する方法が不充分であった。この授業を通し,「授業の実際」で述べた成果や生徒が目を輝かせて課題に取り組む様子から，数学的に考えることの面白さを体験させることができたと考える。しかし，コンピュータを用いることの短所であるが，それが数学本来の面白さであるのか，表面的な課題の面白さであるのかの評価が難しい。評価方法を研究していく必要がある。

次に「４(2)」について,「帰納・類推・演繹の流れ」の「演繹」について考える場面を授業で設定することが不充分であった。帰納は推測であり，見いだした一般性が正しいことを言うために，演繹が必要である。発問を工夫し，演繹的に考える場面を設定していくことが必要である。

次に,「４(3)」「式で表すことができない生徒が多かった」ことについて，数学的な考え方の基礎となる知識・技能の習熟はもちろん,「一般化」「記号化」の考え方についても意識的に学習を進めていくことの必要性を感じた。

最後に，一斉授業を中心とせず，個々の活動を重視した授業を展開した場合，学習進度に大きな差が生まれる。本実践でも，うまい方法を見つけた生徒は全ての問題を素早く解き，見つけられなかった生徒は時間が足りなかった。見つけられない生徒に対しては，ヒントを活用し支援していくこと。また，早い生徒には「最低何回試してみれば式を求めることができるだろうか。」「０のボタンがなかったらどうすればよいだろうか。」などの発展的な課題に取り組ませること。また，生徒の気づきをどう全体に共有していくか，という授業の進め方についてなどの研究がこれからの課題である。

6　引用・参考文献

片桐重男「数学的な考え方の具体化」，明治図書出版株式会社

文部省「中学校指導書数学編」，大阪書籍，1989年

一松　信，岡田禕雄，町田彰一郎ほか27名,「中学校数学１・２」，学校図書株式会社，2002年

古藤　怜「数学的な考え方とＳＴＲＡＴＥＧＹ」，数学教育研究第２号，上越教育大学数学教室，1987年，pp1～10

根布屋由規「問題解決過程におけるコンピュータの利用」，数学教育研究第２号，上越教育大学数学教室，1987年，pp123～124

長谷川真「事象にひそむ関数関係を進んで見いだす指導の工夫－独立変数探しの活動を取り入れて－」，教育実践研究第７集（上越教育大学），1997年，pp51～56

河西朝雄「Visual Basic6.0入門編」,「Visual Basic6.0中級テクニック編」，株式会社芸術評論社