［算数・数学］

知識の形成過程において集団が合意を行う際に生じる問題点とその際の教師の対応のしかたについての研究

笠原　道宏*

1　はじめに

担任している高学年児童に「算数とはどんな教科か？」と尋ねたことがある。すると，「自分たちでいろいろな方法を考えて，どこかの誰かが発見した，よい方法に近づけていく勉強。」と複数の子が答えた。また，授業中，考え方の説明をし終えた児童が，「先生，あってますか。」と尋ねてくることも少なくない。考え方や方法が問題解決に適切かどうかの判断が他者に委ねられているのである。このような状態は，子ども達が算数の授業において今まで置かれてきた状況を表した言葉にほかならない。つまり，どんな方法が適切に問題を解決でき，便利で有用なのかを考えるのではなく，あらかじめ決まっている「正解」さがしが算数の学習として展開されてきたのだと考えられる。そして，その「正解」をもっているのは子どもから見れば，まぎれもなく教師であり教科書なのである。

算数の学習において，計算ができる，方法を知っているということだけが重要視されるならば，こうした子どもの認識はさして問題にならないであろう。しかし，広い意味で教科の学習が人間形成の一端を担っているととらえれば，このことは非常に大きな問題を提起している。なぜならば，子ども達は算数を通して「正しいことはよそで決まっており，それを判断するのは大人や書物」であるということも学習してしまう危険性をはらんでいるからである。もっと端的に言えば，非常に他律的な人格を形成するかもしれないということである。このことは，中央教育審議会（2007）が，社会の構造的な変化の中で，今まで以上により一層重視されるべきとした「自ら学び，自ら考え～よりよく問題を解決すること」を本質とする日本の教育理念「生きる力」の育成と明らかに矛盾する。では，いったいどうしたらよいのか。

Clements（1990）は，教師が生徒に数学的方法を型どおりに使うように要求するとき，生徒の意味構成の活動は著しく剝奪されるとしている。また，Kamii（1987）は大人による賞罰が子どもの自律性を妨げるとも主張している。さらに，中原（1999）は，主体的な学びが重要であると認識されながらも，今もなおそれが改善されないのは，算数とは普遍的・絶対的であるものとの知識観からくる指導が原因であり，指導観の大幅な転換が必要であると言明する。これらの主張を概観すれば，算数の授業は，知識を獲得するという認知的な側面から見ても，自ら学ぶ態度を育成するという人間形成的な側面から見ても，「子ども自身が意志決定し，自分たちで知識をつくる」ことが最も重要であるといえるだろう。

子ども自身が，どういった方法が正しいか，どれが便利でどれが使えないかなどを自分で判断しながら，知識を構成することができれば，前述したような子どもの現状は大幅に改善されるはずである。ただし，このような主張を背景として授業を展開すれば，当然，多くの場面で子どもに判断を任せなくてはならないだろう。子どもに判断を委ねた授業で，果たして教室全体の子ども達が納得いく結果を導けるものであるのかといった疑問も残る。こうした問題意識を背景として，本研究では中原（1999）らの主張と同様，子ども達自身が知識をつくりあげることこそが重要であるとの立場に立つ。その上で，「授業における子どもや教師の相互作用を分析し，子どもが自分たちで知識をつくりあげる過程で生じる問題点とは何か，また，その際の教師の役割とはどういうものであるべきか」を明らかにすることで授業改善への示唆を得たい。

2　研究の目的

本研究では以下を目的とする。

○子どもが知識を正しいものとして決定していく過程における問題点を，授業における子どもどうしの相互作用から明らかにする。

＊ 柏崎市立枇杷島小学校

○集団において，知識が納得できる，正しいものとして決定された際の教師の役割について分析し，授業改善への示唆を得る。

3　研究の方法

本研究はN県内における公立小学校において，５学年，男子14名女子17名に対して平成19年６月に筆者が行った計15時間の「小数のかけ算」の実践授業のうち，整数×小数の内容にあたる計３時間の部分に焦点を当てる。

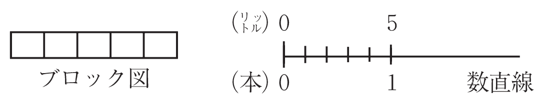
小数の乗法に関する研究は数多くなされているが，被乗数よりもむしろ乗数に関して，整数倍であったものが，小数倍へと拡張されていく際に，その意味理解に困難を伴うことを指摘している研究が多い。例えば，馬場(2004)は乗数が小数へと拡張された際に，倍概念として0.1という基準量がどのように認識されているかが重要で，ともすると非常に形式的な理解にとどまる可能性があることを指摘している。すなわち整数×小数の場面は，算数教育の重要なテーマであるだけではなく，前述したように，教師や教科書のもっている正答と整合しているかどうかが強く意識されながら，学習が進む可能性の高い単元ということができるだろう。これが，整数×小数の場面に焦点を当てた理由である。

子ども自身が知識を構成することが重要との立場に立てば，個が考えた知識そのものが正しいかどうかではなく，その知識が集団の場に出され，どのように反省・修正され，どのように皆に認められていくかの過程が重要である。これはC.KamiiやP.Cobb，中原らの共通した見解でもある。そこで，本研究では個によって考え出されたアイディアが，集団の場でどのように修正され，正しいこととして決定されていくかに焦点を当て，授業分析を行うこととする。まず，３時間の授業において，詳細な発話記録（プロトコル）を作成し，その中から，子ども自身が知識を反省・修正した上で正しいと決定できた場面とうまくいかなかった場面を明らかにする。そして，それらの場面を比較し，どのような要素が子どもの決定の際に重要であったか，問題点は何かを特定し，その際の教師の役割について考察する。

4　授業実践及び分析（第５学年　小数のかけ算）

実践では，単元を通して液量を用いた問題を使用した。子ども達は整数×整数，小数×整数と学習を進めた後，整数×小数へと学習を展開する。初めての小数倍の学習でもあり，子ども達が日常生活で感覚的に認識しているであろう「半分」という考え方を意識して，導入では右図のように1.5倍という数値を用いた。また，操作や思考を行うための補助的な道具として，子ども達にはブロック図・数直線が描かれた用紙を渡してある。

【課題】　５リットルのびんいっぱいにジュースが入っています。このびん，1.5本分では，ジュースはどれくらいの量になるでしょう。



【操作の補助として子どもに渡したもの】

⑴　アイディアの根拠が皆に同意されない場面〔５×５＝25を５×0.5＝2.5に適応させたアイディア〕

ここまで，整数×整数，小数×整数の学習でも，同様にびんに入ったジュースの問題を扱ってきている。子ども達は５リットルが1.5本という課題に対して，今まで同様５×1.5という式を導いた。この式の計算のしかたを考えるため自力解決を行ったあと，いくつかの方法が提示される。まず，示されたのは５リットル×１本として，残りの0.5本分を５×0.5と考え，その二つを加える方法であった。場面１は，その方法が示された際のプロトコルである。（なお，児童名はローマ字，Ｔは教師，Ｐは特定できない子ども，ＰＰは複数の子どもである。）

番号	話者	発話内容と補足
0124	uru	7.5リットルです。
0125	PP	同じです。(教室内の児童三分の二程度が挙手する)
0126	T	はあ…7.5リットル…（肯定するでも否定するでもなく，相づちを打つように)
0127	uru	何でかというと…
0128	T	うん。何でかというと？
0129	uru	５×1.5でしょ。だから５リットルが１本はあるから…
0130	T	それで。
0131	uru	５リットルはあることになって…もう0.5本だから…
0132	T	0.5本だから。
0133	uru	ごご25で，2.5リットルになる。
0134	T	はあ。(0126同様，相づちを打つように)
0135	uru	それで５リットルと2.5リットルをたすと7.5リットルになるから7.5リットル。
0136	PP	そうそう。
0137	T	へー。５リットルは１本あると。そんであと0.5本だからごご25で，2.5リットル。合わせて7.5リットルだと…
0138	T	みんな，今のどう？納得？

0139	hei	うん。まあ，いいっちゃあいいかな。
0140	T	よくわかんないって人は… （何人かが挙手する）
0141	T	あ，いたいた。どのへんがわかんない？
0142	ede	え…と。5×5が2.5になるところ。なんで2.5なのか…
0143	T	って言われてますけど…

【場面１】

問題となる５×0.5の結果は，どのように示されたか。0133のuruの発言では５×５＝25であるから，５×0.5＝2.5であるとされた。これに対してheiは0139「まあ，いいっちゃあいいかな。」で，曖昧な合意をしようとしている様子が伺える。そのため，それに違和感を感じたedeは0142で「５×５が2.5になるところ。なんで2.5なのか…」と発言し，なされそうになった全体の合意を制止する形となった。学習指導要領（1999）では「計算の意味を理解する」ことと「計算のしかたを考える」ことを目標として示しているが，ここではその双方，つまり「ごご２５で2.5リットル」がもつ『意味あるいは考え方』と，『計算としての処理のしかた』が明確に共有できないがゆえ，多くの子はuruと同じ7.5という結果を導き出していたにもかかわらず，結局，このアイディアは，この時点で合意がなされないものとなった。

⑵　アイディアの矛盾が指摘される場面〔５リットルに0.5リットルを加えるアイディアについて〕

次に先のアイディアに疑問を呈したedeが発言する。edeは，場面２に示されるように自分の考え方を説明した。

番号	話者	発話内容と補足
0146	T	じゃあさ。edeさんは，どんな方法でやったの？
0147	ede	私は…
0148	T	ああ，ごめんごめん。まず，いくつになったの？
0149	ede	5.5リットルになりました。
0150	T	5.5リットル。さっきのと全然違うね。どうやったの？
0151	ede	まず，５リットルが１本はあるから，５リットルで…
0152	T	うん。５リットルはあると…
0153	ede	で，あと0.5リットルだから，５リットル＋0.5リットルで5.5リットルになりました。
0154	T	ああ，５リットル＋0.5リットルで5.5リットル。みんなどう？今の説明分かった？
0155	haru	うー。…どういうことをしたかは分かった。
0156	hiro	でも，なんか変だよ。

【場面２】

edeの考え方は，1.5倍を１と0.5に分割して処理しようとしている点においては，先の考え方と同じである。しかし５リットルを１本としたあと，0.5を0.5リットルと見ている点において決定的に違っている。当然，その処理のしかたは５リットルと0.5リットルを加えることとなり，結果としては5.5リットルが導かれる。0155haruの「どういうことをしたかは分かった。」の発言を見れば，その計算のしかた，そしてその計算が何を参照して導かれたものであるかは理解できたが，５×1.5という問題に対して，その計算のしかたを導き出した考え方が整合しているかどうかといった観点で違和感を感じている様子が伺える。0156hiroは「なんか変だよ。」とその不自然さを指摘しようとしているが，その不自然な点が議論される前に，このアイディアに補足する形で新しいアイディアが提出される。

番号	話者	発話内容と補足
0159	one	私は，6.5リットルだと思います。
0160	T	ああ，また違うのが出てきたね。いいよ。
0161	one	まず，５リットルが１本で…
0162	T	うん。それで。
0163	one	で，1.5本だから…たすと6.5リットル。
0164	T	えーと，何と何をたしたの…
0165	one	５と1.5をたしました。
0166	suke	もう，１本取ってるじゃん。
0167	oto	そうそう，１の分は取ってるから…
0168	hiro	あと，1.5じゃなくて，0.5でしょ。
0169	one	ああ。 （しばらく間が開く）
0170	one	えーと，やっぱり，edeさんの方法がいい…かな。私は1.5をたしてたけど，１の分はもう使っちゃってるから…もう１本って取ってるから，あと0.5ってことは５と0.5をたして5.5リットルだと思います。

【場面３】

oneの処理のしかたは，倍の数を５リットルに加えているという点においては基本的にedeのものに近い。数だけを見れば，ただ，加えている数が1.5であるか0.5であるかの違いである。しかし，子ども達にとってはこの差は大きいことがoneの説明後，間髪入れずに出された0166の発言から推察される。「もう，１本取ってるじゃん。」の発言は，0161oneの「まず，５リットルが１本で…」と1.5のうちの１の部分がすでに１倍と処理されたのに，もう一度加えているという，そのアイディアの矛盾点を明確に指摘しているのである。一度使用した数をもう一度使用してよいのかとの判断基準によってふるいにかけられたoneの考え方は0170で「～やっぱり，edeさんの方法がいい～」と修正されることになる。しかし，乗数の一部を５リットルに加えているという，もう一つの矛盾点については解決されていない。その点についての指摘が次の場面４でなされた。

番号	話者	発話内容と補足
0171	uru	そうなんだけどさ…だいたいたしてるのがおかしいよ。
0172	hei	はい。
0173	T	ああどうぞ。
0174	hei	えーと，５×1.5でかけ算なのに，５＋0.5で足し算ぽくなってるのがおかしいと思います。
0175	PP	同じです。
0176	P	かけ算なんだから，足し算になってるのがおかしいよ。
0177	T	って…edeさんたち…言われてますけど。
0178	ede	でも…7.5の人たちも，５＋2.5ってたしてるし…

【場面４】

場面４では，edeの考え方，さらに修正されたoneの考え方である５＋0.5の処理についての矛盾点を指摘しようとして，何人かの子ども達が発言する。この時，結果が7.5であると主張していた子ども達は0174hei「足し算ぽくなってるのがおかしい。」に見られるように，計算の表面的な手続きを，５×1.5の計算のしかたの適切性を判断する基準として提示してきている。この判断基準を通すことで，５＋0.5の不合理さを明らかにしようとする意図が伺えるが，それは明らかにならず合意にいたらない。原因は，0178でedeが「でも…7.5の人たちも，５＋2.5ってたしてるし…」と主張しているように，7.5の結果を導き出した子ども達も加法で処理しているからである。

結果，場面１で示されたuruのアイディアも場面２で示されたedeのアイディアも，どちらも合意がなされないばかりか，その矛盾点すら明らかにならない，つまり，否定もできないし肯定もできない状態となった。

⑶　教師が判断基準を導く場面

教師はそれまで司会的な役割に徹していたが，ここで，その立場を一転させ，初めて議論の中に積極的に介入する。

番号	話者	発話内容と補足
0222	T	今，7.5リットルか，5.5リットルかってことになってるよね。
0223	PP	はい，そうですよ。
0224	T	もう一度，どんな問題だったか見てみようよ。問題は何を聞いてるの？
0225	an	え…５リットルが
0226	uta	1.5本ある。
0227	T	1.5本って，どれくらいなんだろうね。
0228	uru	１本より多くて…２本よりは少ない。
0229	oto	真ん中だよ。１と２の。
0230	hei	だから，５リットルと10リットルの間なんだよ。
0231	hiro	じゃあ，5.5リットルもいいってことに…
0232	T	まあ，待って。１本だと５リットル。２本だと10リットルってとこまではみんないいの。
0233	PP	うん。
0234	T	じゃあ，1.5本って…
0235	hiro	１本と，あと0.5リットル…じゃなくて0.5本か？
0236	hei	ああ，だからさ，0.5リットルにしてるじゃん。さっきの…0.5本なんだよ。
0237	uru	そうそう，そう言いたかったんだよ。
0238	P	じゃあ，言えばいいじゃん。
0239	asu	そのままたしちゃだめってこと…
0240	uru	だから，0.5本分ってどれくらいかを考えなきゃならないんだよ。
0241	T	edeさんは…
0242	ede	…たしちゃだめだってことが分かった。
0243	T	なんで？
0244	ede	0.5リットルじゃないから。おっきいびん（５リットルのびん）0.5本だから…でも…どうしたらいいかは…
0245	T	分からない？
0246	ede	うん。

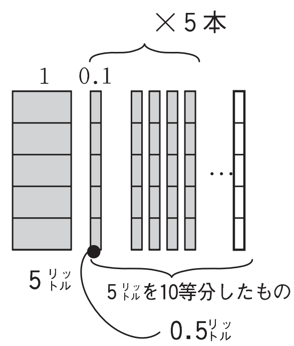
【場面５】

教師はここで，計算のしかたの適切性の基準を，もともとの問題との関係へと戻し，計算の表面的な「手続き」ではなく1.5倍の「意味」に気付かせようと積極的な指導を行っている。このことは，0224「もう一度，どんな問題だったか見てみようよ。」0227「1.5本って，どれくらいなんだろうね。」に顕著に表れている。この発言を契機として，子ども達はまず１本と２本の中間であること，さらにそれは１本と0.5本であることを明らかにした。その結果，子ども達は0.5リットルと0.5本の違いを浮き彫りにすることができた。ede自身も，0244「おっきいびん0.5本だから」という発話から，自らのアイディアの不合理さに気付いていることが分かる。ここで重要なのは，0244「…でも…どうしたらいいかは…」にはっきりと表われているように，この時点で集団が合意したことは，「edeのアイディア，５＋0.5はその考え方に矛盾があること」であり，そのことが7.5という結果を肯定するものではないということである。つまりuruの示した7.5という結果を導く計算の「手続き」，そしてそのもととなる「意味」が納得いくものであるとされたわけではないのである。子ども達はまだ納得のいく正しい方法を得たという状態にたどり着いていないのである。そこで，教師は再び議論の方向性を，uruの持ち出してきた，7.5という結果を導くアイディアの検討へ焦点づけ，その「手続き」の持つ「意味」を図等で表現することを促した。

番号	話者	発話内容と補足
0330	T	じゃあ，結局５×0.5は2.5だと…
0331	aki	半分だからね。
0332	T	式じゃなくてさ。なんか…図とかで説明できないかな？
0333	hei	ブロックでできるよ。
0334	T	どうやって？
0335	hei	まず，ブロックを縦にします。そして，５が１本あるからまず５リットル。そして，５×0.1をして…
0336	T	ちょっと待って，なんで0.1が？
0337	hei	５×0.5ってことは0.1本が５個あるってことだから，こうやって…（【図１】を板書し始める）
0338	hei	縦に10等分したのが0.1で，それは0.5リットルだから，それが５本で2.5リットル。
0339	PP	おおー。
0340	oto	意味は違うけど，なぜか0.5×５になってる。
0341	uru	違わないよ。だから，ごご25でいいんだよ。
0342	T	で…みんな納得なの？
0343	PP	はい。
0344	uki	だって，（0.1×５×５＝0.1×ごご25に）なってるじゃん。

【場面６】

教師は0330「じゃあ，結局５×0.5は2.5だと…」で，いったん曖昧になっていたuru の考え方を議論の対象としてもち出した。そして，0332「式じゃなくてさ。なんか…図とかで説明できないかな？」の発言をもって，それまで計算のしかたそのものに視点が向いていたものを，その計算のしかたの元となる「考え方」について議論を方向付けた。このことで，ブロック図を媒介としながら，子ども達は×0.5とは５リットルの10分の１が５本分であること，そして，それは図１で見ると0.5リットルが５本分となり，0.5×５となることを確認することができた。また，0340oto「意味は違うけど…」0341uru「違わないよ。…」の相互作用から，この0.5×５は単に乗数と被乗数の順序を入れ替えたものではないことが意識されていることが伺える。この時点で子ども達が合意したものは，uruの５×0.5のアイディアは，５の10分の１が５本分であること，つまりそれは「５リットルが0.5本」は「0.5リットルが５本」と同様の意味をもつということであった。



【図１】

５　考　察

結果的に，場面６においてはheiによって提案されたアイディアがもととなり，小数をかけることの意味をつくりあげることができた。それは，そのもととなる重要なアイディアが生み出されていたことと，それが共有されていたことによる。そのアイディアとは，小数の乗法を0.1を単位としてそのいくつ分というように，整数の乗法に帰着するというアイディアであった。一方で，子どもが決定していくという側面から見れば，どうであろうか。いくつかの場面においてどのようなことが問題であったか，そして教師の働きかけはどのように作用していたか。

子どもに判断を任せた展開で，場面１・場面２では教室全体が合意にいたらないという結果が出ている。反面，場面３ではoneの５＋1.5のアイディアは，子ども達によって明確に否定されているのが分かる。これらの違いは，相互作用を通してそのアイディアが否定される，あるいは肯定される上での判断基準が，何であったかに起因している。

uruの５×0.5をごご25から2.5と導いたアイディアは，その計算のもつ『意味』，そして，ごご25が2.5となる『処理のしかた』においてよくわからないものと判断され，合意ができないものとされている。一方でoneの５＋1.5のアイディアは，『計算した数を再度計算する』といった点において，その矛盾がおかしいものとして合意がされている。子どもが判断する上で，有効な判断基準とはなにか。『意味』か『処理のしかた』か，それとも全く違う視点か，どういう判断基準で議論がされるべきか。Balacheff（1990）は，提出された数学的アイディアの基準はすべて問題にあると主張する。この立場に立てば，判断基準そのものに優劣があるわけではなく，問題となっていること次第であるということになる。つまり，今，問題となっていることに適さない判断基準で，適切な判断は不可能であるということである。場面１・２は問題とされたことに対し，適さない判断基準でアイディアが検討され，場面３ではそれが適切な判断基準でされたということである。ただし，実践上の問題点は，その適切な判断基準を子ども達が用意できるかどうかであるということだろう。もし，それが不可能であれば，場面５・６のように教師が積極的に関与しなくてはならない。事実，場面５での教師の発言0224「もう一度，どんな問題だったか見てみようよ。」や場面６0332「式じゃなくてさ。なんか…図とかで説明できないかな？」には教師が積極的に授業の方向をコントロールしている姿が現れている。しかし，二つの場面の共通点を見れば，判断基準の構成には関与しているが最終的な判断は子どもに委ねていると言えるだろう。すなわち，ここでの教授行為は子どもが自律する上で重要な要素，問題の適不適をどのように判断するか，そして，その判断基準は最初の問題と対応させたときの適・不適にあるということを積極的に指導している姿と見ることができる。

また，集団がどのように学んでいるかに目を向ければ，一連の相互作用から，子ども達は，自分が納得できないものは安易に承認しないこと，そして，そのことを自然に表現していることなどが分かる。それは，すなわちPolya（1959）のいう，簡単に自分の考えを修正しない帰納的な態度，それを大切にしている教室文化が育っていたことが明らかになったと考えることができるだろう。そうした教室文化の創造に寄与しているのは，場面５において始まる教師の教授行為，具体的に言えば，場面５において問題とアイディアの関係を明確にし，場面６において，場面１で合意がされなかったuruの考え方を，再議論させた教師の意図的な指導である。岩崎（2000）は相互作用主義の典型的な考え方として，『教えること』とは「教師が直接子どもにかかわるというよりも，教室文化を確立し，それを維持することで間接的にかかわること」としている。こうした指導観に立てば，この一連の授業過程は，数学的に知的に自律できる集団を形成する過程，いわば教室文化の発展過程であり，そこには，この発展を促す，場面５0244から始まる教師の役割を見い出すことができる。それは，算数の時間において，判断のしかたやその判断基準の導き方を積極的に指導していたこと，そして，正誤あるいは適・不適の判断を子どもに任せていたこと，曖昧であった議論をそのままとせず，帰結をもたらす場を設定したことなどである。つまり，「自分たちで正しいと納得したもののみを認めていく」教室文化の創造を意図的・計画的に目指した指導が重要であったということである。

本研究では，一つの単元の一部分に焦点をあててきたが，他の場面においても，ここで明らかにしてきた要素が有効であるのかどうかを実証的に検討し，一般化を図っていくことは今後の課題である。

引用・参考文献

1．岩崎　浩，「算数を教える」ということの意味：教室文化の確立と発展『新しい算数研究』，東洋館，No.355，2000年，pp.70-73.

2．D.H.Clements & M.T.Battista, Constructivist Learning and Teaching, *Arithmetic Teacher, September*, 1990年. pp.34-35.

3．C.Kamii，G.DeClark，『子どもと新しい算数 ピアジェ理論の展開』（平林一榮監訳），北大路書房，1987年

4．中央教育審議会 初等中等教育分科会 教育課程部会，『教育課程部会におけるこれまでの審議のまとめ』，2007年

5．中原忠男，『構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり』東洋館，1999年

6．馬場雅史，『算数の授業における意味の構成に関する研究　認識論的三角形に基づく小数の乗法の授業設計 』上越教育大学修士論文，2005年

7．N.Balacheff, Towards a problématique for research on mathematics teaching, *Journal for Research in Mathematics, Education*. Vol.21，No.4，1990年．pp.258-272

8．J.Piaget, 『The moral judgement of the child』New York: Free Press　(First published in 1932）1965年

9．G.Polya，『数学における発見はいかになされるか１，帰納と類比』（柴垣和三雄訳著），丸善，1959年