

[算数・数学]

教師の意図と子どもの学びのずれをいかに解消し
生かしていくかについての研究

- 5 学年「概算」における切り上げ・切り捨ての学習を通して -

笠原 道宏*

1 はじめに

筆者は、算数授業において、教師にとって「期待する学び」が展開され、十分にその知識を学んだと考えられる子どもが、獲得した知識が必要となる状況下において、その知識を適切に用いることができないといった現象に数多く直面してきた。例えば、割り算の授業において、その意味理解や手続き的な理解が十分達成されたように見えても、実際に直面した問題をかけ算で解いたらよいのか、割り算で解いたらよいのかに困惑してしまう場面などがそれである。

こうした現象は、熊谷 (1993) や岩崎 (2001) が指摘するように、教室内の相互作用において、教師が授業の中で子どもに期待している活動と、子どもが体験している学び、あるいは、獲得している知識との間にはずれが生じることに起因している。より端的に言えば、教師の意図の外で、子どもは学びを展開しているのではないかということである。

こうしたずれは当然起こり、その解消過程そのものが学びの一性格だととらえれば、どのようにずれを解消していけばよいのか。岩崎 (2001) はこの疑問に対し、教室内でどのような相互作用が起こっているかを詳細に検討し、相互作用の質を改善することが重要であると明確に述べている。言い換えれば、ずれを解消するためには、教師と子どもの関わり方の質を決定づける、どのような教師の役割が重要であるかを考えなければならないということである。

そのためには、まず、子ども達が獲得しているであろう知識を、もう少し広義にとらえていく必要がある。Otte&Bromme (1978) が『人は知識と知識についての知識を常に同時に獲得する』と述べていることを前提とすれば、子どもは、例えば「割り算」そのものの知識を獲得すると同時に「割り算についての知識」を学んでいる。教師は、「割り算」そのものの知識を子どもが正確に獲得したかどうかだけではなく「割り算についての知識」、例えば「割り算」とはいかなる状況で使用するものか、自分にとって簡単な方法かどうかなどを含めて、子どもが獲得した知識としてとらえていかなければならない。こうした「知識についての知識」は、いわゆるメタ知識と呼ばれるものである。

メタ知識について、岩崎 (2002) は『広義には認識主体と当該知識を関係づけるもの』と述べている。岩崎 (2002) の考えは、メタ知識のない知識というものは存在しないことを示している。又、同時にそれは個によって異なるものであることをも示唆している。では、実際の授業においてどのようにメタ知識を、より豊かに構成していくことができるだろうか。また、その際の教師の役割とはいったいどのようなものがあるのだろうか。こうした問題意識を背景として、本研究では、算数の授業において、知識そのものをより正確にあるいは精密にとらえることを第一とするのではなく、メタ知識をより豊かなものにしていくことこそが重要であるとの立場に立つ。そして、授業における子どもどうし、あるいは子どもと教師の相互作用を詳細に分析し、教室内でどのようなことが起こっているか、またそこからどのような知識が構成されていると判断できるのか、さらに、その際の教師の役割を分析することで授業改善への示唆を得たい。

2 研究の目的

本研究では以下を目的とする。

- 授業における相互作用において、教師の意図と子どもの学びにどのようなずれが生じているのかを明らかにする。
- そのずれが解消された場面における教師の役割について分析し、授業改善への示唆を得る。

* 柏崎市立枇杷島小学校

3 研究の方法

本研究はN県内における公立小学校において、5学年、男子9名女子12名に対して平成18年6月～7月・及び9月に筆者が行った計3時間の「概算」の実践授業を分析する。「概算」の学習について三輪(1978)は、どのようなとき概算で処理するのが適切かという理解が重要であるが、そのねらいを達成するためには多くの課題があるとしている。このことは、「概算」の学習は、前述したような子どもの実態が表面化しやすい内容であることを示している。

ここで分析した授業は、授業改善を目的とした教授実験として行われた、いわゆる行為研究“Action Research”と呼ばれる立場でなく、ごく普通の授業である。まず3時間の授業において、詳細な発話記録(プロトコル)を作成した。ここでの授業を対象として、まず教師の期待するところと子どもの学びにはどのようなずれが起きているかを特定する。そして、そのずれが解消されたと考えられる場面において、どのような要素が重要であったか、そのときの教師の役割について考察することとする。

4 授業実践及び分析(第5学年 概算)

5学年における概算の学習について、学習指導要領(1999)では、そのねらいを『目的に応じて用いる』と記している。ここで示された目的に応じてという部分が問題で、その意味については、正確に計算処理を行うことができるという意味と、例えば市の人口を概数で表す際に、町内ごとの人数をどのように処理し、加算したらよいのかといった、適切に概算の方法を選択することができるという意味合いを含んでいるように思われる。

実践は、まず、四捨五入の適用場面、次いで切り上げの適用場面、さらに切り捨て、切り上げのどちらを適用するかが議論される場面と展開された。

(1) 四捨五入の適用場面

教師は導入で右のような問題を2問提示する。ここでは、およその数で計算することが課題となってくるが、その方法については特に指示されていない。すぐに子どもから「およその数は四捨五入で計算すればできる。」との発言があり、教室全体で四捨五入を用いて、問題1と問題2の合計金額をそれぞれ導くこととなった。子どもが示した解決方法には2種類あり、ひとつは十の位を四捨五入するもの、もう一つは一の位を四捨五入するというものであった。子どもが導いた数値が確かに正しいことを全員で確認した後、

教師は、導かれた数値と、実際の数値を比較するよう求めた。S1は、その場面における発話記録である。なお、児童名はローマ字、Tは教師、Pは特定できない子ども、PPは複数の子ともである。

【問題1】1500円もって買い物へ行きます。チョコレートとポテトチップスとレンズ付きフィルムが買えるかどうかをかんたんに計算したいと思います。

チョコレート	ポテトチップス	レンズ付きフィルム
109円	126円	1241円

【問題2】1500円もって買い物へ行きます。チョコレートとポテトチップスとレンズ付きフィルムが買えるかどうかをかんたんに計算したいと思います。

チョコレート	ポテトチップス	レンズ付きフィルム
114円	146円	1241円

番号	話者	発話内容と補足
0369	T	そうか、んじゃどっちの方法も1500円でことは、どっちの問題も、買い物できるってことだね。
0370	PP	うん。
0371	eki	できるね。買えるって!
0372	T	じゃさ、実際にもらえるかどうか…ほんとにいくらかかっているのか、計算してみてよ。実際の金額はさ…。
0373	P	ただ、足せばいいってこと?
0374	T	うん。実際に足し算してみてさ、ほんとはいくらなのかなって… ～中略～
0375	uki	あ、買えない。こっちは…
0376	umi	俺も…最初の買えるけど、あとの方は買えない。
0377	T	ん?いくらになるの。
0378	P	最初の問題は計算すると1476円になるけど…
0379	T	ちょっとまって、みんなもそうなった?
0380	P	うん。なった。
0381	T	んで?
0382	uki	あとの方は、1501円でたりない。1500円でたりない。
0383	T	みんなそうですか。
0384	umi	同じです。
0385	T	んじゃ、さっきもらえるってことになってたけど、もらえないじゃん。
0386		…(しばらく間が開く)
0387	umi	だから、四捨五入だと正確じゃないんですよ。だいたい出るけど…

問題1及び問題2は、その数値設定から四捨五入で処理した結果が1500円以内であるが、実際に加えると、1500円の下に結果が分かれるようになっている。ここで教師は0372「じゃさ、実際にもらえるかどうか…」と発言しながら、実際の計算結果と四捨五入の結果を比較するように促し、その比較により、四捨五入という計算処理は、正確ではないこと、ある基準値を超えるか下回るかまでは計測できないことを気づかせようと意図的な指導を展開している。これに対して、umiの0387「四捨五入だと正確じゃないんですよ。」の発言は、その教師の意図するところと整合した形で、理解を図っているように受け取ることができる。

(2) 切り上げの適用場面

四捨五入では、ある一定基準を超える・超えないは示すことはできないとの結果を受け、別のアイデアの適用が迫られることになる。S2はS1と連続した形で、次なるアイデア「切り上げ」が提示される場面である。ここで、教師は0388「だったら（四捨五入が正確でないのなら）、どうする。」と発言し、新たな方法の必要性を示した。

番号	話者	発話内容と補足
0388	T	だったら（四捨五入が正確でないのなら）、どうする。
0389	PP	…
0390	T	簡単に計算はしたいんだよね。でも、四捨五入じゃだめだってことだよ。
0391	PP	はい。
0392	T	ん。なにに。
0393	ushi	切り上げでやればいいです。
0394	T	切り上げで…みんな切り上げて分かる？
0395	PP	うん。習ったよ。
0396	PP	習った。
0397	T	そう、すごいね。んで、何で切り上げならいいの？
0398	umi	だから、実際にかかる値段より多く見ておけば…見ておけば、それが切り上げだから…いっばいめに考えておけば、お金が足りなくなることはないから。
0399	PP	あーあーあー。
0400	T	なんだって？いっばいめに考えておけば、お金が足りなくなることはない？
0401	T	今、あーっていった人、誰だ？
0402	eki	だから、多めに買うことを考えて…それで足りるんなら、実際にはそんなにかからないわけだから、足りるってことでしょ。
0403	umi	そうそう。
0404	T	みんな、納得？
0405	PP	うん。納得できる。
0406	T	じゃ、実際に切り上げで計算してみようよ。

【S2】

ここでは、四捨五入の代替案として「切り上げ」の手法が提示される。その根拠は、umiの0398「～前略～いっばい目に考えておけば、お金が足りなくなることはないから。」やekiの0402「～前略～実際にはそんなにかからない。」の発言から、多めに見積もった一つ一つの合算値は、必ず実際の合算値より多くなるとの考え方に帰着している。「切り上げ」で処理することが、ここで認められた背景は、実生活における買い物という日常的な場面と、当該問題とが近い距離であり、子ども達にとってイメージしやすいものであったと推測することができる。

教師は次いで、問題3を提示し、いかなる方法で解決するかを問いかける。問題3は、ここで議論されたある一定値を下回るかどうかではなく、上回るかどうかを問題とすることで、切り上げの背反事象として位置づけられる「切り捨て」の適用を促すことが目的であった。

(3) 切り捨ての適用場面

問題3を受けて、教師はその解決方法を子どもに問いかけた。その際には、二つの解決方法が提示された。一つは「切り捨て」であり、もう一つは「切り上げ」の考え方である。ほぼ全員が「切り捨て」の解法を支持したが、ikoとiyoの2名のみが、「切り上げ」の考え方を支持した。S3はその二つの考えが対立する場面である。

【問題3】1500円買い物をすると割引券がもらえます。次の品物を買うと割引券がもらえるかどうかをかんたんに計算したいと思います。

チョコレート	ポテトチップス	レンズ付きフィルム
128円	150円	1320円

番号	話者	発話内容と補足
1611	T	じゃあ、分かれたね。切り捨てでっていう人は、絶対切り捨てじゃなきゃだめなの？
1612	PP	うーん。
1613	umi	いや、絶対です!!

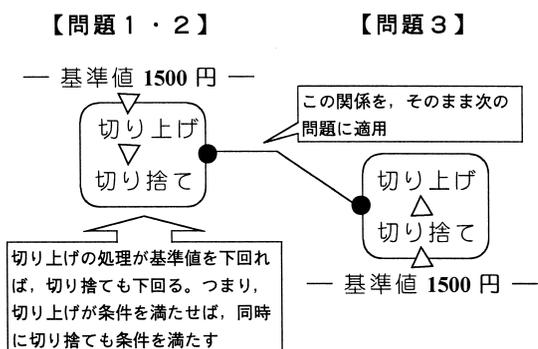
1614	T	ああ、umiさんは絶対切り捨てじゃなきゃだめだと。さっき考えてたことと切り捨てって反対なんだよね。
1615	T	ほんじゃさ、切り上げていった人は…ikoさんとiyoさんか？
1616	T	ikoさんは絶対、切り上げなの？
1617	iko	いや、っていうか、何で切り捨てでやらなきゃいけないかが分かんない。
1618	T	は一。何で切り捨てかって？言われてますけど。説明できる人いる。
1619	ushi	ていうか、何で切り上げなのかそっちの方が分かん。
1620	uki	うん。分かん。
1621	T	じゃ、説明してよ。どうぞ。
1622	umi	だって、割引券がもらえるかどうかだから、もし、切り上げて計算したら、それは多めにしてることだから、実際に計算したら1500円に足りないってこともあるから。
1623	T	みんな納得？
1624	iko	いや、だって…
1625	T	ああ、どうぞ。
1626	iko	だって、少なく見てももらえるんなら、多く見てももらえるじゃん。
1627	T	ああ、少なく見てももらえるってことは、多く見てももらえる。みんなどう？
1628	PP	確かに…

【S 3】

ikoは、割引券がもらえるかどうかを、「切り上げ」で処理すると主張した。1617「何で切り捨てでやらなきゃいけないかが分かんない。」1626「少なく見てももらえるんなら、多く見てももらえる。」の発言に着目すれば、「切り上げ」でなくてはならないのではなく、ikoにとって、条件を満たしているように見える「切り上げ」がなぜ否定されなければならないかが納得できないのだ。ikoの『「切り捨て」の処理で割引券がもらえるのなら、「切り上げ」の処理でも当然もらえる』との考えからは、どちらの方法でも「もらえる」結果が出る状況を想定していることが伺える。どちらの方法でも条件を満たす状況は、問題1・2ではどのように扱われていたかを考えると、最終的に支持された「切り上げ」の方法で「買い物ができる」場合は、当然「切り捨て」でも「買い物ができる」ことになっている。すなわち、ikoのここでの主張は「切り上げが条件を満たす＝切り捨ても条件を満たす」との認識が、根拠となっている可能性が高いと解釈できる。（【図1】参照）問題1・2の解決過程が多分に影響した発言ととらえることができるだろう。注目すべきは1628「確かに…」と多くの子どもが答え、ikoが「切り上げ」と主張したことに対して賛同し始めたことである。当初、問題3を「切り捨て」で処理しなければならないと考えていた子どもの中に、「切り上げ」の適用を正当化する認識が芽生え始め、ある種の『揺れ』が起こっていると解釈することができるだろう。このことは同時に、「切り捨て」の選択が曖昧な根拠に基づいていた可能性も提示している。

一方で教師はどういったことを意図していたか。教師の1614「～前略～さっき考えてたことと切り捨てって反対なんだよ

ね。」の発言に着目すると、問題1・2において、切り上げの手法で解決することが妥当であると認められたことを想起させ、「反対」という語を持ち出すことで、「切り上げ」の対極として「切り捨て」の手法に着目すべきだと促す意図があった。つまり、問題1・2と問題3を背反する事象としてとらえさせたかった教師の意図と、問題1・2の解決過程から得た認識を適用させた、子どもの学びのずれが表面化した場面であると解釈することができる。このずれはいかに解消されていったか。それはS 4-1における教師とikoとumiの相互作用が契機となる。

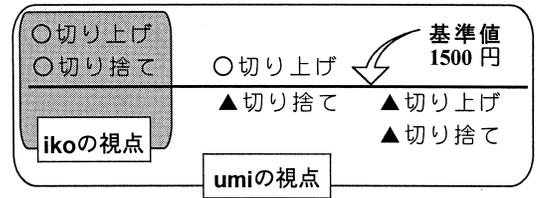


【図1】

番号	話者	発話内容と補足
1823	umi	いや、絶対切り捨てじゃなきゃだめなんですよ。先生。
1824	T	はあ…
1825	umi	だって、少なくみてそれでももらえるってことは、もらえるんですよ。絶対に。それで、少なく見てももらえないときに、切り上げで考えちゃうとももらえるってことになることがある。
1826	T	ん、なんだって。少ない時もらえて、多くてももらえない…なんか変か？
1827	umi	いや、先生。間違ったこと言ってますよ。
1828	iko	でもさ、だから少なくとももらえるんなら、多く見たってももらえるじゃん。
1829	aki	いや、だめなんだって。
1830	iko	なんで？

【S 4-1】

umiはikoの考えに賛同し始めている多数を相手にして、真っ向から対立する形で絶対に切り捨てでなければならないと主張した。そして、その根拠を1825「～前略～少なく見てももらえないときに、切り上げで考えちゃうともらえるってことになることがある。」と表現した。この発言は注目に値する。なぜなら、umiの「～ときに…」の表現は、ikoが当該問題の状況を参照しているのに対し、いくつかの状況を想定しているからである。図2に示すように、それはうまくいくこともあるものの、全ての場合についてではない考え方という点において反対しているのだ。つまり、ここではumiとikoの相互作用は、切り捨て・切り上げの適用範囲をどこまでに見ているかという点においてずれているのである。



【図2】

教師は、ここでS4-2に示されるように、まず、ikoとumiの論点がつながるように、問題となっている状況を、子どもの発言を手がかりとして3つの場面に分けて整理する。

番号	話者	発話内容と補足
1851	T	じゃあさ、ちょっと整理してみようよ。
1852	T	少なく見てももらえるときは、多く見てももらえると。これは納得？ ～多くの子がうなづく～
1853	umi	そりゃそうですよ。
1854	T	じゃ、そうじゃない時ってどんな時？
1855	aki	少なく見てももらえないときに、多く見てももらえないとき。
1856	T	うん。そうか。
1857	umi	まだありますよ。切り捨てでももらえなくても、切り上げでももらえちゃうってなるとき。
1858	T	ほう。もうない？
1859	T	んじゃ、その3つの場合について考えてみようよ。 ～中略～
2010	T	切り捨てでももらえなくて、切り上げでももらえちゃうって場合…
2011	p	あるね。確かにある。
2012	iko	この問題は、だから切り上げでもいいんでしょ。
2013	umi	だけど、切り上げじゃだめな…
2014	iko	場合もある。

【S4-2】

ここで、初めて『ikoの考えは、切り捨てでももらえる際には有効であること』『切り捨てでももらえないとき、切り上げるともらえてしまう場合があり矛盾が起きること』が、共通の認識として整理されることとなる。2014のikoの「場合もある。」の発言は、それまでの、問題3の状況のみを意識していた時点での発言とは明らかに変化し、切り捨ての考え方をいつ適用すべきか、知識に対する知識がより豊かになったと解釈することができるだろう。

5 考察

本稿で示した子どもの活動場面は、大きく分けて下記の4つの場面に分類ができる。

- S 1 四捨五入の適用範囲が議論された場面
- S 2 買い物の場面においては、切り上げの手法が有効であるとされた場面
- S 3 切り上げか切り捨てかが論じられる場面
- S 4-1・2 割引券がもらえるかどうかにおいては、切り捨ての手法が有効であるとされた場面

教師の意図するところと子どもの学んでいることのずれが最も顕著に表れているのは、ikoの1626「少なく見てももらえるんなら、多く見てももらえるじゃん。」の発言を契機として起こった切り上げか、切り捨てかの議論である。ここでは、切り上げと切り捨てを全く反対の事柄としてとらえさせたかった教師の意図と、直前の学習で学んだ、結果的に教師の想定外であった知識を、次の学習に適應させようとしている子どもの学びが明確にずれている。ここで主張したいのは、S3の場面においてikoとiyoの「切り上げ」を主張した二人の子どもが適切な理解をしていなかったということではない。ikoの主張を聞き、多くの子ども達はその考えに同意しかけていることから、これは個の問題ではなく、教室という集団そのものが、どのように「切り上げ」「切り捨て」の適用範囲をとらえているかが問われる問題である。また、同時にこのことはより大きな問題を提示している。「切り捨て」の適用範囲を不確定にとらえている可能性があるということは、それとはある種、背反的な事象である「切り上げ」の適用範囲も不確定にとらえ方をしている可能性を示唆しているからである。つまり、教師の意識と、子どもの学びが一見整合しているように

見えるS1・S2の場面においてさえも、ずれが生じている可能性を表しているのである。子どもは四捨五入・切り捨て・切り上げの計算的な処理を熟知していても、それはどのような場面において用いることができるか、あるいは用いるべきかといった部分においては、曖昧なのである。

算数の授業において学ぶことが、その実用性の側面から強調されるのなら、このことは非常に大きな問題である。なぜなら、「～で計算をしましょう。」とされた算数の問題を解くことはできても、実生活の場面において直面した問題について、どの方法を適用したらいいのかが分からず、結局、実用できない知識を身につけている可能性を提示するからである。そうした危険性を回避するためには、教師の意図的な指導が重要になってくる。S4-1～S4-2では、そうしたずれが解消された過程が示されている。ここで重要なのは、議論が終結へと向かい正しい答えにたどり着いたということではない。ずれていた認識、あるいは視点がどのように共通化されていったかの方が重要なのである。そうした意味で、教師がどのような教授行為を行っているかを観察してみれば、次の3点が挙げられるだろう。

ひとつは、どのような場面にどの知識を適用させたらいいのか、知識の適用範囲を問題とした学習を導入から展開してきたことである。平林（1985）が『数学の効用とともに限界も見べきであり…』と述べている指導観を鑑みれば、知識の限界を知ることは、いつその知識を用いればよいかをとらえることでもある。すなわち、知識とは万能でなく、ある限定された場面においてのみ有効なのである。概算だから四捨五入ではなく、四捨五入はどんな時に効果を発揮するのか、切り上げはどんな時には使えないのか、つまり知識の適用範囲を指導していくということが、知識を支える知識を豊かに構成していくと考えることができる。

もう一つは、ずれが起きたと判断されたときの教師の対応についてである。1851「じゃあさ、ちょっと整理してみようよ。」1859「～前略～3つの場合について考えてみようよ。」の発言に代表されるように、議論の中心を焦点化させる指導が重要であったということである。ここでは、教師の望む方向へと議論を誘導しているのではなく、今、話題になっていることは何なのか、どういう視点を話し合うべきなのかを明確に整理したという意味において、ずれを強制的に修正しているのではないということが言えるだろう。このことで、全ての場合を想定していたumiと、問題場面のみを考えていたikoは共通の立場で議論をすることが可能となり、結果的に場面場面において切り捨て・切り上げのどちらが有効であるか、全ての場面についてうまくいく知識は切り捨てであるとの結論に達することができた。

3点目としては、本実践を通して首尾一貫して見られるように、子どもに決定を任せた指導という特徴が挙げられる。教室内で発言されたアイデアについて、教師は納得できるかを全員に問い、そこで全員に承知されたものを正しいものとしていることが伺える。承知したかどうかを推し量るのに、子どもに納得したかどうかを問うだけでよいのかといった問題もあるかもしれない。しかし、ikoとiyoの二人が、2対19になっても自分の考えを曲げなかったことから、この教室では不確定ではあるが、自分が納得できたものを真としていく教室文化とも呼べるべきものが形成されていたということが推察できる。メタ知識とは非常に暗黙的な性格である。つまり表面化されにくい知識であるゆえに主体的な知識であると判断できる。知識を支える知識を豊かなものにしていくために不可欠な要素は、子どもの主体的な判断であるということができよう。しかし、子どもに判断を任せることが、そのまま主体的な判断につながるかどうかは本研究では明らかになっていない。この部分においては、今後の課題となるべき点であると考えられる。

引用・参考文献

1. 岩崎 浩 『数学の授業における相互作用と学習との関係に関する考察 ―一人の生徒から見た授業がもつ社会的側面の意味―』 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究, 第7巻, 2001年
2. 岩崎 浩 『メタ知識としての「限界 (Grenze)」の意味とその役割』, 全国数学教育学会誌, 数学教育学研究, 第8巻, 2002年
3. Otte, M., Bromme, R. Der Begriff und die Problems senior Aneignung. Bloch, JR (Hrsgs.), Grundlagenkonzepte der Wissenschaftskritik Als Unterrichtsstrukturierende Momente. 1978年
4. 熊谷光一 『算数の授業における相互作用の水準の変化』 数学教育研究 8, 上越教育大学数学教室, 1993年
5. 平林一榮 『授業を通して見た算数・数学教育の問題―小学校5年の「割合」を例に―』 西日本数学教育学会, 1985年
6. 三輪辰郎 『概数指導の一考察 (第2年次報告) ~指導内容の考え方と展開~』 日本数学教育学会誌. 60集, 1978年
7. 文部省 小学校学習指導要領解説 算数編, 東京書籍, 1999年