

[算数・数学]

数理のおもしろさを感じる算数科授業

— 子どもの表現 (言葉) に着目して (低学年) —

梅澤 健一*

1 はじめに (問題の所在)

「楽しさと充実感」は、算数の内容や方法の本質にかかわるものである。^{*1)} しかしながら、覚えることは得意だが、考えることが苦手で、面倒に思っている子どもが多いという。当然のことながら、自分の考えを教室という全体の場で表出することは少なくなっていく。このことは、数理のおもしろさにふれる算数科の本質においては、危機的な状況とも言える。

このことは、平成13年度小中学校教育課程実施状況調査やOECD生徒の学習到達度調査 (PISA)、国際数学・理科教育動向調査 (TIMSS) 等の近年の全国的・国際的な調査結果からもうかがえる。文部科学省では、学習指導の改善点の1つとして、「基本的な概念の意味理解及び数学的に解釈し表現する指導を重視する」をあげている。そして、「基本的な概念の意味理解は自分の考えを表現し確認しながら深められるので、基本的概念の意味理解の指導と併せて、数学的に解釈し表現する指導を大切にする」^{*2)} ことを述べている。また、中央教育審議会でも、「児童の様々な考えを授業の中で発表し合い、それらを式で表したり、考え方を比較したりする学習活動を積極的に取り入れる指導の工夫が大切である」^{*3)} としている。つまり、冒頭の子どもの現状を打破するには、授業における子どものその場の行為に対して、どのような意味・価値があるのかという視点で、教師が子ども相互にかかわる必要があるのである。

子どもは、ある課題に出会ったとき、自分のこれまでの経験をもとに自分の素直な思いや考えをつぶやき、図や絵、言葉で表現する。そして、そうした子どもの算数的表現の中に、数理にふれる要素が多く含まれていることがこれまでの授業の中で見られる。したがって、こうした子どもの算数的表現に着目した授業を展開していくことは、子どもが自分の考えに自信をもち、表現することの喜びを実感することにつながる。また、真に子どもが数理の世界にふれ、そこにおもしろさや不思議さ (ワンダー) を感じることもつながる。このことは、長い目で見たときに、子どもの算数嫌いを改善していくことにもなりうると考えている。

以上のような考え方にに基づき、本稿では、子どもは、どのような場面で数理のおもしろさを感じるのか、特に低学年の子どもの表現 (言葉) に着目し、整理してみることにする。

2 数理のおもしろさを感じる時 (子どもの学びの道筋から)

これまでの実践から、子どもが数理のおもしろさを感じる時を想起してみる。「えっ?」「何?」「どうして?」 (ワンダー) といった感覚は、子どもの知的好奇心をゆさぶる対象との出会いのときに生ずる。また、こうした感覚は、友達と考えを伝え合い、つなげ合う過程においても、絶えず子どもの内面を揺さぶる。子どもは、悩み、迷いながら、目の前の数学的事象に立ち向かっているのである。

このことは、平野のいう、「学ぶ者の論理に添った授業」 (図1参照) での子どもが課題解決して物事を理解していく道筋にもつながるとも言える。つまり、「図の斜線で示した面積の大きさが、通常は、無駄として評価され、それが最小になるのが良しとされるが、それに対して、子どもが、誤ることによりなぜそうなるのかそれをどう乗り越えるかを考えることにより思考が深まり、広がる」^{*4)} といったことに相当すると考えられる。

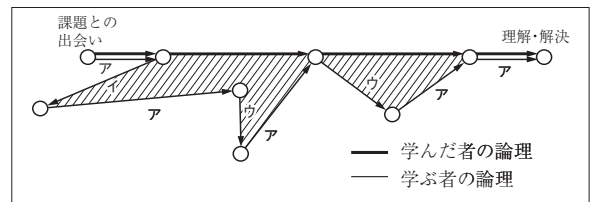


図1 学ぶ者の論理と学んだ者の論理

このことを算数の授業で考えてみる。すると、「数理のおもしろさ」は、友達と考えを伝え合い、つなげ合う過程で、「なるほどね」といった納得、「そうか、そういうことか」といった分かり直し、「あーきれいだな」といった感

*長岡市立表町小学校

動として、子どもの言葉や表情に表れる。つまり、子どもは、自分と友達の考えの違いや友達の考えのよさに気が付くことで、数理の世界に浸り、自分たちの知をつくりあげていくことそれ自体におもしろさを感じている^{※5)}と考えることができる。

ところが、低学年の子どもにとって、自分の思いや考えを相手に伝えるということは、並大抵のことではない。論理的に筋道立てて自分の考えを伝えるすべもなければ、聞き手も発言者の言いたいことを受け取るだけのものをもち合わせていないのが実際である。しかしながら、先に述べたように、子どもはこれまで生きてきた生活経験をもとに、対象と向かい合っているのである。そして、出会った対象に数理を感じたときには、何かしら言葉を発するのである。そう考えると、子どものまだ拙い言葉を受け取る側（教師や友達）が子どもの発した言葉の意味していることをその発する子どもの気持ちになって聞くということが重要になってくるのである。

3 子どもの表現（言葉）に着目した先行実践研究

田中は、子どもの語り始めの言葉に着目し、その言葉から子どもの思考過程が見えてくる算数科の授業を創っている。それは、次のような言葉に整理される。^{※6)}

- ・例えば…（自分なりのわかり方に置き換えて話そうとする言葉）
- ・まず…（自分の考えたことをいくつかに分割して整理していこうとする言葉）
- ・だって…、でも…（友達の考えにかかわろうとする言葉）
- ・だったら…（活動に流れを感じ取り、その先を考えていこうとする言葉）
- ・もしも…（ものごとを整理したり、条件をかえて発展を考えたり一般化を図ろうとするときに使う言葉）

こうした子どもの発する語り始めの言葉を教師が受け取り、子どもに返していく。すると、子ども自身が友達のこうした言葉聞き分け、相互の考えをつなげ合っていくのである。そこには、自ら算数の世界を広げていく子どもが存在し、数理のおもしろさを感じる子どもの様相がうかがえる。

また、志水も子どもの言葉に着目し、この言葉を大切にしたい授業として認知科学やカウンセリングの面から復唱法を提案している。そして、子どもなりの言葉を教師がキャッチ&レスポンスすることにより、ヴィゴツキーが言った「発達の最近接領域」を促進するとしている。^{※7)} さらに志水は、キャッチ&レスポンスを次の5段階にまとめ、イに当たる部分を復唱法としている。

- ア：「なるほどなあ」と子どもの思いをすべて受け入れる段階
- イ：子どもの発言をそのまま復唱する段階
- ウ：「そこがいいね」と認める段階
- エ：子どもの考えた真意を明らかにする段階
- オ：子どもの発言に対する教師の切り返しの段階

このキャッチ&レスポンスは、「指導」と「評価」との関連をまとめた黒澤の主張することと重なってくる。つまり、教師が、「目標を念頭に置いて子どもの情報を収集」し、子どもの言葉を「認め」、「取り上げ」て、「その子どもの言葉を解釈」し、「評定」して「今後の調整」をし、ある言葉を投げ返すといった「勧める」という子どもの言葉に対応する一連の流れと重なるのである。（図2参照）^{※8)}

以上のことから、「子どもの表現（言葉）に着目すること」「教師がどのようにその言葉にかかわるか」によって、子どもの思考の行方（数理を感じるかどうか）が左右されると言える。

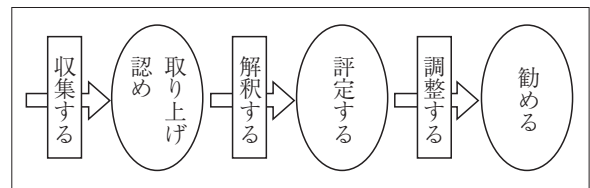


図2 教師の行為とその前の念頭操作

4 子どもの表現（言葉）に着目した実践の視点

子どもがどのような数理を感じているのかを分析するために、実際の授業場面での子どもの表現（言葉）をよりどころに、次の2つの視点から考えてみたい。

(1) 子どもの既成概念を揺さぶる課題提示（条件不足の問題）をする

低学年の子どもの中には、算数の問題という答えが「はっきりしているもの」「1つしかないもの」と考えている子どもが少なくない。したがって、こうした子どもの既成概念を覆す必要がある。そのために、単元のまとめの問題として、単に求められた答えを出すだけの課題から、どのような答えが考えられるか、また導かれた答えからどのようなことが言えるのかを考えるような投げかけをする。そうしたときに子どもから発せられる、「それじゃあできないよ」といった言葉から、何が分かればできるのか、それこそ数理を直接感じるきっかけがつけられるのである。

(2) 子ども相互の思考の「ずれ」を明らかにしていく

子どもの表現（言葉）に着目した授業を展開していくと、子どもの発した言葉から、その意味していることに「ずれ」が生じる場面が出てくる。そして、この「ずれ」を子ども相互のやりとりにより、明らかにしていくことで、みんなの知（構成的な知）になっていく。したがって、授業場面では、子どもの思考の「ずれ」を生じさせるようなやりとりを仕組んでいく必要がある。すると、子どもは、例えば、先の田中が言う「だったら」といった言葉を使い、既習事項をもとに、比較や予測をし、一般化を図ろうと試みってくる。そして、そうした子どもの行為が、冒頭で述べた基本的な概念の意味理解、すなわち、子どもが数理を感じることにつながる。互いの思考の「ずれ」は、子どもの内面を揺さぶることになり、それが数理のおもしろさを実感できる過程に必要なものになるのである。

5 実践の実際

(1) 子どもの既成概念を揺さぶる課題提示（条件不足の問題）をする

① 単元名「たし算とひき算（1）」：対象学年2年生

② 実践の構想

本単元では、これまで学習したたし算とひき算との関係をテープ図を用いて表し、その数量関係を理解することがねらいとなる。つまり、テープ図をもとにたし算やひき算との関係に気づき、ある数量を求める際の子どもの念頭操作を容易にしていけるようにするのである。例えば、図3のようなテープ図の場合の□を求めることができればよい。この場合、□を求めるには、 $26+12$ の解であることは言うまでもない。

ところが、図4のように、このテープ図の数字の部分がすべて□や△、○となったらどうだろうか。このように、子どもに「ハテナ？」と思わせるような課題を提示する。それにより、学習内容の理解を深め、広げるとともに、その対象に潜む様々な数理の世界にふれられるようにするのである。

③ 実践の実際

単元のまとめの問題として、子どもに図4を提示する。そして、問題として「①：□はいくつ？」と板書する。子どもは、一瞬沈黙するが、それは、もっともなことである。「□はいくつ？」と聞かれても答えは出せない。2年生の子どもにとっては、式で答えを表すという概念は持ち合わせていないからである。「これじゃあ、できないよ」「数字が入っていないもん！」という声から始まった授業は、「子ども－子ども」「子ども－教師」とのやりとりを通して、みんなの知を導き出していった。（T：教師，C：子ども）

C1：（□は）△より大きい数が入る。

C2：それなら、○よりも大きい数だよ。

T1：どうしてそう考えたの？

C1：だって、□（のテープ）が一番長いでしょ。だから、△や○よりも大きい数が入る。

C3：それなら、（□の数は）何にしてもいいんじゃないの？

C4：問題作ればいいんだよ。

T2：問題作るって、どういうことかな？

C3：だから、△や○に適当に数を入れてみれば□が決まる。

C5：でも、1と2はだめだよ。

T3：どうして、1や2はだめなの？

C5：だって、□が1だと、△や○の数がない。0もあるけど、0って、何もないことだから、何もないのに、

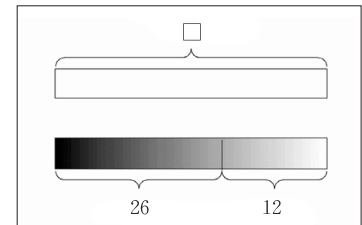


図3 □=26+12

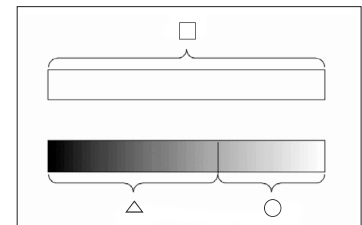


図4 □=△+○

テープになっているのは変だから。

T 4：なるほどね。C 5の言おうとしていること分かる？

C 6：ここに（○の部分のテープを指して）テープがあるということは、少しは（数が）あるんだから0はおかしいということ。

C 5：それに、□が2だと、△と○が1になっておかしい。

T 5：□が2だとおかしい？それってどういうこと？C 5の代わりに言える？

C 6：△より○が少ないのに、同じ1だと変ということ。いいですか？

C 5：（うなずきながら）そう、そう。□が3なら、△が2で○が1でいいと思う。

T 6：どうしていいの？

C 5： $1 + 2 = 3$ だから。だから、これ（△の部分のテープを指して）とこれ（○の部分のテープ）をたしてこれ（□の部分のテープ）になるから。

T 7：それってどういうこと？（以下略）

④ やりとりの考察

以上の「子ども－子ども」「子ども－教師」のやりとりにおいて、子どもは、□は△+○という一般式を見いだしている。このやりとりの中で、子どもは次のような数理を感じていることが言える。

一つは、C 5やC 6の言葉にあるように、テープ図に表されている実際のテープの長さや具体的な数字から、数量の大小関係を判定する材料を感じているということである。もう一つは、テープといった具体物をもとに、子どもが発した「これ」の中身を検討し合う中で、□を求める一般式を導きだしている。このことは、たし算とひき算との関係を感じた（一般化した）ことでもある。

こうしたやりとりが成立できたのは、前述の田中や志水が述べているように、教師が「子ども－子ども」のやりとりの様子を子どもの言葉に着目しながら見守り、「子ども－教師」とのやりとりにおいて、キャッチ&レスポンスでできたことが大きいと考える（文中下線部）。特に、田中が述べているように、「この友達の気持ちがわかるかい？」^{※9)}のように、発信者の考えを聞いている他の子どもに代弁させることは、子どもの思考を深め、広げる。数理を感じ、発言した子どものひらめきをみんなで共有することができると考えられる。

(2) 子ども相互の思考の「ずれ」を明らかにしていく

〈実践例1〉

① 単元名「なんばんめ」：対象学年1年生

② 実践の構想

本単元では、前後・左右・上下の言葉と順序数を用いて、ものの位置を示すことや集合数と順序数の違いを理解することがねらいとなる。そのためには、まず、ものの位置を示す際に、順序数を用いる意味や価値を子どもが自覚する必要がある。次に、明らかに違う色や形などの属性によって簡単にものの位置を表すことができる状態から、同じ色や形、大きさなど属性が等質の場合は難しいという場面に遭遇させる。すると、子どもからどう表したらよいかという課題が生まれてくる。この課題を子ども相互で検討していく過程で子どもの言葉に「ずれ」を生じさせ、その意味していることを問うていくことで、数理のおもしろさを感じていけるようにする。

③ 実践の実際

子どもの前に、形・大きさの違う透明な入れ物（写真1）を並べ、「たからはどこ？」と問う。子どもは、「たから」の場所を次のような言葉で言い表した。

ア：「たから」は、左から3番目にある

イ：「たから」は、右から2番目にある

ウ：「たから」は、四角い箱にある



写真1 形・大きさの違う入れ物

みんなで上の言い方が正しいということを確認した

後、今度は、同じ大きさ、形の入れ物を並べ（写真2）、同じように「たから」の場所をどのように言い表したらよいかを問うた。すると、子どもは前の言い方を用いながら、次のように答えた。

ア：「たから」は、左から4番目にある
 イ：「たから」は、右から4番目にある
 ウ：「たから」は、真ん中の入れ物にある



写真2 形・大きさの同じ入れ物

ここで、ウの「真ん中」という子どもの言い方に着目し、どの場合でも言えるのか取り上げた。「真ん中」という言い方の妥当性に気づくように、あえて、「たから」の位置を変えたり（例えば、最初に置いた「たから」の横）、並べる入れ物の数を偶数個にして「たから」を置いてみたりしたのである。それぞれのときの「たから」の位置をどのように言うのかを問うたのである。すると、例えば図5の場合では、次のようなやりとりを始めたのである。

C1：真ん中は2つあるから、言えないと思う。
 C2：「たから」は、真ん中の左と言えばいいよ。
 C3：だったら、左から2番目といった方が分かりやすいよ。
 C4：だって、真ん中を決めるのが大変だよ。
 C5：真ん中を決めるのに、入れ物全部数えなくちゃいけない。



図5 入れ物が4つの場合

T1：それってどういうことかな？
 C5：まず、どこが真ん中か入れ物全部の数を数えて真ん中を決めて、そこから右とか左とか言わなくちゃいけない。
 C4：入れ物をもっとたくさんあったとき、真ん中を決めるのは大変だよ。数えるのが面倒くさい。左から数えれば一回ですむ。

④ やりとりの考察

子どもの「真ん中」という言葉に着目し、その言い方を検討することで、C3の言葉にあるように、子どもは、本時でねらう「○から何番目」という言い方のよさ（数理）を感じていることが分かる。また、C4の「入れ物をもっとたくさんあったとき」といった一般化した考えにまで広げて考えていることがうかがえる。このように、子どもは、「真ん中」という言葉を検討していく中で、ものの位置の言い表し方を自分たちで見だし、最終的に学習内容のねらいを身に付けていっているのである。こうした姿こそ、数理を感じている子どもの姿と考えられる。

〈実践例2〉

① 単元名「かけ算(2)」：対象学年2年生

② 実践の構想

本単元では、かけ算九九の習得はもちろんのこと、かけ算の概念を理解することが主なねらいとなる。とかくかけ算九九の暗記だけが重視される傾向があるが、ここでは、かけ算九九をつくりながら覚えていく中で、かけ算九九の式と答えとの関係から、様々な「ひみつ」を見つけていけるようにしていく。「ひみつ」を考えることで、式の意味を考え、かけ算九九というものをとらえ直し、かけ算九九に潜む数理を感じていけるようにする。それにより、かけ算九九の習得をより確かなものにしていく。

③ 実践の実際（「4のだんのひみつ」から）

4の段の九九（図5）から子どもは、次のような「ひみつ」を見いだした。そこで、次のようなやりとりが生まれた。

C1：4の段の九九だから当たり前だけど、答えが4ずつ増えている。
 C2：答えと次の答えをたすと、次の次の答えになる。
 T1：それってどういうこと？
 C2：例えば、 4×1 の4と 4×2 の8をたすと 4×3 の答えになるということ。
 （「本当だ」という声の中）
 C3：かける数同士たしても同じだよ。
 T2：C3が言っていることは、C2が言っていることと同じことなの？C3が言いたいことを代わりに言える？
 C4：たぶん、 4×1 の1と 4×2 の2をたすと3になるってことじゃないの？
 C5：それってC2と同じだよ。

$$\begin{aligned}
 4 \times 1 &= 4 \\
 4 \times 2 &= 8 \\
 4 \times 3 &= 12 \\
 4 \times 4 &= 16 \\
 4 \times 5 &= 20 \\
 4 \times 6 &= 24 \\
 4 \times 7 &= 28 \\
 4 \times 8 &= 32 \\
 4 \times 9 &= 36
 \end{aligned}$$

図6：4の段の九九

C 6 : C 2 は答え同士たすとその答えが次の答えになるって言っていて, C 3 はかける数だから違うよ。

C 5 : でも, 4×1 の 1 と 4×2 の 2 をたすと 3 で 4×3 の答えの 12 は, 4×1 の 4 と 4×2 の 8 をたした数だよ。

T 3 : C 5 の言いたいこと分かる? C 3 かな?

C 3 : ぼくは, ただ単に C 4 の考えと同じなんだけど。

T 4 : そうか。でも, C 5 のようにも考えられるね。そうすると, C 2 と C 5 の考えは, 同じことを言っているの
でいいのかな? (以下略)

④ やりとりの考察

ここでは, C 3 の言葉を取り上げ, C 2 の言葉との「ずれ」(違い)を子どもに気づかせることにより, $4 \times 1 + 4 \times 2 = 4 \times 3$ といった分配法則や結合法則につながる数理を子どもが感じている。子どもの言葉でその意味していることをとことん伝え合うことで, 子どもは新しい知をつくり上げている様相が, こうしたやりとりから見えてくる。「どういうこと?」「言いたいこと分かるかな?」といった教師の言葉が子どもの思考を深め, 広げるのに, 有効に作用していたと考える。このように, 子どもの発した言葉を他の子どもに代弁させることにより, 子どもの思考の「ずれ」を感じさせることは, 数理のおもしろさを実感するためには重要なことであると考えられる。

6 おわりに (子どもの表現 (言葉) に着目することの大切さ)

以上のことから, 今一度「子ども—子ども」「子ども—教師」の相互作用の様子から, 子どもの表現 (言葉) に着目することで, 数理のおもしろさを感じるような算数科の授業を展開することが可能となってきたように感じる。しかしながら, 教師がいつも実際の授業の中で子どもの言葉を瞬時に解釈し, 適切に取り上げることは難しいことでもある。特に, 子どもの言葉における思考の「ずれ」を的確に判断し, 子どもに問いかけることは並大抵のことではない。したがって, 子どもの思考の「ずれ」をどのように見だし, 授業を展開していくかが今後の課題となる。

よく子ども相互のやりとりが活発に行われている学級は, みんなが仲よく, 明るく雰囲気もよいと言われている。なぜなら, みんなの意見が何らかの意味があるものとしてお互いに受け入れよう, 言いたいこと (その友達の気持ち) を考えようとするからである。そしてまた, お互いの考えのよさを共有できる場にとどまらず, その子どもの人間的なよさとして仲間に受け入れられていくからである。

佐藤は, 社会的構成主義を, 「人は他者とはたらきかけあうなかで, 自らの考え・知識を構成していくものである」^{※10)}と定義し, 学びの活動における仲間との対話と協同的学習についての方向と課題について述べている。そこで, 現実の教室の中では, 「仲間だけの水平的相互作用と教師が介入したいいわゆる垂直的相互作用とが混在した状態で展開されることが多い」とし, 「この異質な相互作用がそれぞれどのような役割と機能をもっているのかを解いていくことも大きな課題である」^{※11)}としている。今後も子どもの表現 (言葉) に着目した授業を展開していくことで, 子ども自らが数理のおもしろさを感じていけるようにしていきたいと考えている。

参考・引用文献

- ※1) 文部省 『小学校学習指導要領解説算数編』1999年, p9
- ※2) 文部科学省 「PISA調査 (数学的リテラシー) 及びTIMSS調査 (算数・数学) の結果分析と改善の方向」2003年
- ※3) 中央教育審議会 「中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会教科別専門部会 (小学校算数・中学校数学) 第2回」2003年
- ※4) 平野朝久 『はじめに子どもありき—教育実践の基本—』学芸図書株式会社, 1994年, p65~67 (図1はp65より抜粋したもの)
- ※5) 梅澤健一 「考えを伝え合い, つなげ合い, 数理のおもしろさを感じる子ども」『心豊かに生きる子どもをはぐくむ教育課程の創造Vol.1』上越教育大学附属小学校編, 2004年, p65
- ※6) 田中博史 『使える算数的表現法が育つ授業』東洋館出版社, 2003年, p22
- ※7) 志水 廣 「授業が変わる「復唱法」の総括理論」『楽しい算数の授業』No245明治図書, 2005年, p4~6
- ※8) 黒澤俊二 『本当の教育評価とは何か』学陽書房, 2004年, p90 (図2はp90より抜粋したもの)
- ※9) 田中博史 『算数的表現力を育てる授業』東洋館出版社, 2001年, p117
- ※10) 佐藤公浩 『認知心理学からみた読みの世界』北大路書房, 1996年, p81
- ※11) 前掲書, p101