

[算数・数学]

四角形の包摂関係の理解を促す指導の在り方

- 分類活動と性質における関係性に着目して -

酒井 宏基*

1 主題設定の理由

領域「図形」における主要な学習目的の1つは各図形概念形成にある。一般的に第5学年の単元「いろいろな四角形」では、各四角形概念が独立しているかのように扱われている。そして、児童は各四角形それぞれに対して、全く新たに、その性質を見出していかねばならなくなっている。しかし、実際は各四角形概念間には包摂関係が存在し、包含関係にあったり、一部に共通部分をもったりしている。そのことを児童が理解するならば各四角形概念が有する性質の理解はより促進されると、私は考える。つまり、ある四角形概念Aの性質を、概念Aの下位概念である概念Bに当てはめ理解していくことで、児童は知識の簡略化を図ることができるということである。また、このことは児童がいろいろな四角形をある観点から統合的に見る力を身に付けていくことができるということでもある。

また、中学校の学習内容を見通したとき、特に中学校第2学年における数学的な推論を指導する際にもその有用性を感じる。松尾七重氏は著書「算数・数学における図形指導の改善」で次のように述べている。

『正方形の対角線の長さが等しいことや、垂直に交わることを証明するとき、正方形は長方形やひし形の特殊な図形なので、長方形やひし形の場合の証明に帰着できると考えられる。』

また、氏は同書で包摂関係の意味が理解できていない状態の原因について次の2点を示している。

『第一は、中学校2年生までに図形概念間の類似点や相違点が十分に捉えられていないこと及び図形概念を関係づけられていないことである。(中略)第二は、包摂関係自体に関する学習指導が十分に行われていないこと。』

このことから各学年の発達段階にふさわしい指導の必要性を感じる。

そこで、児童が概念間の関係性を見出し、図形をより統合的に捉えていくことができるよう、四角形の包摂関係の理解を促す指導の在り方について実践を通して明らかにしていく。

2 研究の目的

本実践では、目指す児童の具体的な姿を各四角形相互の関係性を理解すると設定する。例えば「ひし形は平行四辺形の特別な形」といった理解の状態に達することである。小学校5年生という発達段階を考慮し、各四角形相互の関係性を見出すことを、包摂関係を理解した状態として捉えることとする。

私は、児童が四角形の包摂関係を理解していくためには、次の2つの工夫が必要であると考え。1つ目の工夫は、各四角形の集合が四角形全体の集合の中でどこに位置するのかを児童が視覚的に捉えることができるようにした分類活動である。2つ目の工夫は、各四角形が保有する性質において、どのような関係性があるのかを見出すことができるようにした活動である。

本実践は、上記の2つの工夫が児童の包摂関係の理解に有効に働くという見地に立ち、その効果と問題を明確にすることを目的とする。

3 研究の内容

本実践では、平行四辺形を基準にして、それよりも下位の概念であるひし形・長方形・正方形の概念間にある包摂関係を取り上げる。この理解を促す指導にあたって、四角形の分類活動と各四角形の性質を見出す活動を工夫する。

台形は取り上げなかった。その理由は、先に挙げた4種類の四角形とは違って、定義以外の性質から包摂関係を見

* 能生町立中能生小学校

出すことができないからである。つまり、児童は台形概念が平行四辺形概念を包含しているということを定義だけから見出さなければならない。このことから私は「平行な辺が1組ある」が「平行な辺が2組ある」を包含しているという認識は児童にとって難しいと判断した。

(1) 包摂関係を意識した四角形の分類活動の工夫

単元1時間目にジオボードを用いて自由に四角形を作成する学習活動を展開する。その後、児童が作成した四角形を分類する際に、教師が「平行な辺が0組の四角形」「平行な辺が1組の四角形」「平行な辺が2組の四角形」と分類する観点を提示する。ここでは前述した理由から一般的な四角形と台形と平行四辺形（ひし形・長方形・正方形を含む）を互いに独立させて扱う。さらに、「平行な辺が2組ある四角形」に属している四角形を新たな観点から分類していく。このように、分類活動では、四角形全体の集合について段階的に分類の観点を設けていく。

この分類活動において以下の2点を工夫する。

① 児童の生活に身近な集合を当てはめた四角形の擬人化

児童が概念のみから包摂関係を見出していくのは困難が生じる。そこで、分類の導入時に児童が作成した四角形を「四角形小学校の子どもたち」と擬人化する。さらに、「平行な辺が0組の四角形を低学年、1組の四角形を中学年、2組ある四角形を高学年」とそれぞれを児童の身近な集合を当てはめていく。

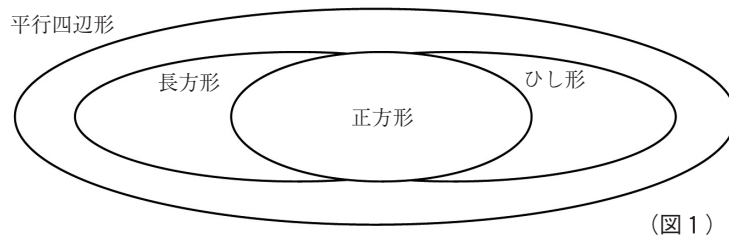
学習が進むと、平行な辺が2組ある四角形の中で「4つの辺の長さが全て等しい四角形」を「ひし形」と名前を付けるが、このときも先の分類と同様に高学年から選出される縦割り班の班長という集合を当てはめる。さらに、長方形には各地区の会長の集合を当てはめる。正方形については縦割り班班長と地区会長を兼任した者への特別な名称が当校には無いため「縦割り班班長&地区会長」とする。

四角形を擬人化し、各四角形集合に児童の生活に身近な集合を当てはめることで包摂関係の理解を促していく。

② 包摂関係の視覚化

分類活動では、まず四角形全体を「一般的な四角形」「台形」「平行四辺形（ひし形・長方形・正方形を含む）」に分類し、その後、「平行四辺形」に属している四角形を新たな観点からさらに分類していく。

この活動で新たにできた集合が四角形全体でどのような位置を占めるのか視覚的に捉えることができるように学習プリントを工夫する。しかしながら、児童が包摂関係を視覚的に認識する際、図1のような図を理解することは困難であると私は考えた。そこで、第4学年で児童が学習している2次元表を用いて視覚化することにする。



(図1)

(2) 各四角形の性質から相互の関係性を見出す活動の工夫

児童が「ひし形は平行四辺形の特別な形」といったような見方を獲得していくためには、視覚的アプローチだけでなく、各四角形が有する性質における関係性を見出すことが必要であると、私は考える。

そこで、各四角形の性質を見出していく学習活動を次のように展開していく。

例えば、ひし形が有する性質を見出していく学習活動では、既に実測・操作で明らかになった平行四辺形の性質がひし形に当てはまるかを児童が予想する活動を設ける。予想を基に実測・操作を行い、予想を検証する活動を経て、最後にその結果（平行四辺形の性質は全てひし形に当てはまる）を児童が解釈する学習活動を展開する。解釈を促す際には、「なぜ平行四辺形の性質全てがひし形に当てはまるのだろうか」と問うていく。

包摂関係について、各四角形が有する性質相互の関係性から児童の理解を促していく。

上記の研究内容(1)①・(1)②・(2)は指導の中で連続であり、重複であり、繰り返すことである。3点相互が補完し合うことで児童の包摂関係の理解を促していくであろうという視点に立ち研究を進めていく。

4 実践

前述したように一つ一つの研究内容を抽出して児童の活動の実際を表記するのは難しい。そこで、学習活動の順に添って活動の実際を記す。

(1) 単元計画 (11時間)

次	学 習 活 動	時間
1	ジオボードを用いた四角形作り	1時間
	いろいろな四角形を平行な辺を視点として分類する	1時間
	弁別された平行四辺形を新たな観点を設け、分類する	1.5時間
2	ひし形・長方形の定義を知る	0.5時間
	平行四辺形の性質を見出す	1時間
	ひし形と長方形の性質を見出す	2時間
	正方形の性質を見出す	1時間
3	いろいろな四角形を描く	2時間
4	四角形の敷き詰め	1時間

*対角線の学習は各四角形の性質を見出す活動の中で行う。

(2) 児童のレディネス

児童の前年度全国標準診断的学力検査の算数「図形」領域における正答率は以下の通りであった。(全国正答率75)

児童	正答率	児童	正答率	児童	正答率	児童	正答率
A	94	E	88	I	94	M	94
B	88	F	75	J	94	N	88
C	94	G	69	K	88	O	94
D	81	H	94	L	94	P	94

新学年別知能検査の結果では学習適正において、論理的に課題を解決する場面で図表や半具体物の使用によって成果を期待できるというBタイプが4名(児童BFGN)であった。残り12名はバランスタイプであるものの、内8名はその中でもBタイプに近いと診断されている。

これらのことから本実践では、仲間分けの結果を図表にまとめながら支援していく。

(3) 活動の実際

① いろいろな四角形を平行な辺を視点として分類する。

前時に児童が作った四角形から、教師が各種四角形(計11個の四角形)を選定しプリントしたものを配布した。これらの仲間分けを学習課題とした。その際、教師から仲間分けの観点として「平行な辺が2組」「平行な辺が1組」「平行な辺が0組」を提示した。

教師：みんなが作った四角形は四角形小学校の子どもたちです。「平行な辺が2組」の四角形は高学年、「平行な辺が1組」の四角形は中学年、「平行な辺が0組」の四角形は低学年の子どもたちです。四角形小学校の子どもたちを正しく仲間分けしましょう。プリントにある四角形ははさみで切って、これから配るプリントに貼ります。

児童：観点に従って分類開始

教師：単元「垂直と平行」の学習を想起させながら、線分の長さや向きを捨象して分類できるように個別指導を行う。

児童：16名中12名は正しく分類することができた。4名(児童CEKL)はそれぞれ1つずつ間違いがあった。

教師：学習班で結果を見せ合います。考えが異なっている四角形は班全員で確認しましょう。

児童：CEKLは指摘や説明を受けることで正しく分類できた。

教師：新しくたくさん四角形を配ります。昨日みんなが作ったものです。今と同じように低中高に分けましょう。

児童：分類開始

教師：仲間分けして出来た四角形の内「平行な辺が2組」ある四角形には特別に名前がついています。平行四辺形と言います。プリントに書き込みましょう。次に、「平行な辺が1組」ある四角形を台形と言います。同じように書き込みましょう。

② 分類された平行四辺形を新たな観点を設け、分類する。

前時分類された平行四辺形と異なる平行四辺形(12個)を新たに提示した。その上で、これらを2つに仲間分けすることを指示した。児童は次に記す観点を自ら設けてそれぞれ分類活動を行った。

ア 4つの辺の長さが全て等しい平行四辺形とそうでない平行四辺形……4名(BDFL)

イ 4つの角が全て直角な平行四辺形とそうでない平行四辺形……12名(ACEGHIJKMNOP)

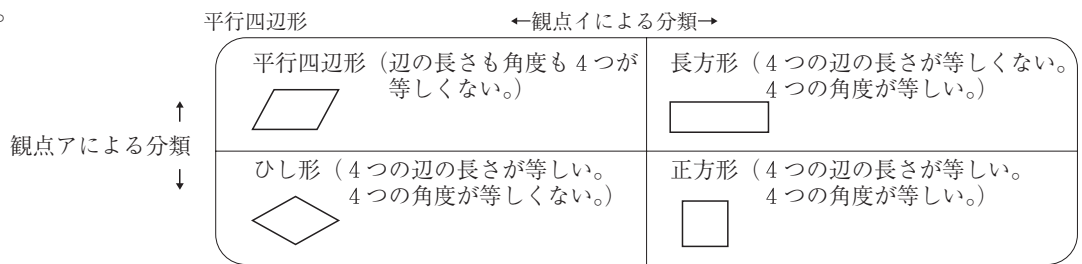
この後、2つに仲間分けされた平行四辺形をさらに各々2つに仲間分けすることを指示すると、直前の仲間分けを共有したことを受けて13名が、自分が行っていない他方の観点から仲間分けを開始した。

この分類活動において3名が活動を停滞させていた。児童Jは始めにイの観点で仲間分けを正しく行うことができたが、さらに各々を2つに分ける際、“4つの角全てが直角の平行四辺形”を長方形と正方形に分類することができたものの、もう一方の“4つの角全てが直角ではない平行四辺形”の分類で停滞していた。

そこで、教師が児童Jの途中結果を全員に提示し、「ここまでできたのだけれど、これからどのように仲間分けすれば良いかヒントをJさんに下さい。」と働きかけた。児童からは次のようなヒントが出された。

- ・見た目で同じ形
- ・4つの辺の長さが等しい
- ・辺の長さ
- ・Jさんが途中までやった方法と同じように

これらの見方を基に児童Jは“4つの角全てが直角ではない平行四辺形”を平行四辺形とひし形に分類することができた。この分類活動を経て、仲間分けの順序は違うものの結果は全員が一致した。(図2) これを受けて教師はそれぞれの平行四辺形に特別に名前が付いていることを知らせ、「ひし形」「長方形」「正方形」の用語とその定義を学習した。また、教師がひし形を「ファミリー班長」、長方形を「地区会長」、正方形を「ファミリー班長&地区会長」と児童に身近な集合に当てはめた。児童Bから「Aさんはファミリー班長で地区会長だから正方形だね。」などのつぶやきがあった。



*観点アイによる分類は児童によって縦横方向の入れ替えがある。 (図2)

③ 長方形の性質を見出す。

単元5時間目では、児童は平行四辺形の性質について「平行四辺形の特徴を探そう」の学習活動を行った。そこで、次の5つが児童から挙げられた。

- i 向かい合った辺の長さが等しい。
- ii 向かい合った角度が等しい。
- iii 隣り合う角度の和は180度である。
- iv 4つの角度の和は360度である。
- v 対角線は真ん中で交わる。

単元6時間目はひし形の性質を見出す学習活動である。教師の「ひし形に平行四辺形の特徴は全部当てはまるだろうか」という問いかけから、児童はそれぞれが予想を立て、実測・操作を行い、全て当てはまることを確認した。

本稿では、特に単元7時間目の「長方形の特徴」「ひし形・長方形の性質における結果解釈」の学習活動について記す。

教師：ひし形には平行四辺形の特徴全てが当てはまりました。長方形には平行四辺形の特徴全てが当てはまるかな。

児童C：ひし形にも当てはまったから、きっと長方形にも当てはまると思う。

児童F：ファミリー班長(縦割り班班長)に当てはまったから、地区会長でも大丈夫。

児童H：「対角線が真ん中で交わる」はちょっと怪しいと思う。

教師：平行四辺形の特徴が長方形に当てはまるか確かめましょう。

児童：実測・操作

教師：結果はどうでしたか。

児童：全部当てはまった。

教師：多くの人の予想通りひし形も長方形も平行四辺形の特徴全部が当てはまったわけだね。なぜ、ひし形にも長方形にも平行四辺形の特徴全てが当てはまったのだろうか。プリントに書きましょう。

児童の記述

児童A：“ひし形”“長方形”と名前が違うだけで同じ平行四辺形と言えるから。
 児童BM：全部高学年だから。
 児童C：平行四辺形もひし形も長方形も高学年だから平行四辺形の特徴は全部当てはまる。
 児童F：もともとと同じ高学年だから平行四辺形の特徴が一緒。
 児童P：ひし形も長方形も向かい合う2組の辺が平行だから。

教師：その通りですね。ひし形も長方形も平行四辺形の特別な形だからその特徴も全てが当てはまるんだね。

児童EGは記述することが出来なかった。上記の見方を出し合い共有化することで児童Eは理解し始めた。児童Gは困惑していた。

④ 正方形の性質を見出す

単元9時間目では正方形の性質を見出す学習活動を行った。ここまでで児童が既知としているものは次の事柄である。

平行四辺形の定義と性質	ひし形の定義と性質	長方形の定義と性質	正方形の定義
○向かい合う2組の辺が平行な四角形 ・向かい合った辺の長さが等しい ・向かい合った角度が等しい ・隣り合う角度の和は180度である ・4つの角度の和は360度である。 ・対角線は真ん中で交わる	○4つの辺の長さが等しい四角形 ・平行四辺形の性質 ・対角線が垂直に交わる	○4つの角が直角な四角形 ・平行四辺形の性質 ・対角線の長さが等しい	○4つの辺の長さが等しく、4つの角が直角な四角形

前時までと同様にまず平行四辺形の性質が全て当てはまるかを問うと、児童は全員当てはまると予想した。これまでの学習の経緯が根拠となっていた。児童は実測・操作を行い、その予想を検証した。次にひし形・長方形の時とは違って検証結果の解釈の前に正方形ならではの性質を探そうと教師から促した。この際、辺や角、対角線の相当関係などを視点として行うことを教師が指示した。

児童：辺や角、対角線の相当関係について正方形ならではの性質を見出すための実測・操作

児童P：長方形とひし形に取られているよ。

児童D：見つからない。

教師：正方形は平行四辺形だけではなく、長方形とひし形の性質も当てはまるんだね。なぜ、正方形にはひし形と長方形の性質両方が当てはまるのだろうか。

児童A：正方形はひし形と長方形のきまり（定義）があてはまるから。

児童N：全ての辺の長さや角度が等しいから。

児童K：正方形はひし形、長方形と似ているから。

児童B：ひし形+長方形=正方形 だから。

教師：正方形は平行四辺形、ひし形、長方形のきまり（定義）が合体しているから性質も全部当てはまるオールマイティーな四角形なんだね。

5 考察

ひし形・長方形では児童16名中15名（1名は児童G）、正方形では16名中13名（3名は児童EGO）が関係性を見出すことができた。

児童が四角形相互の関係性を見出すことができた要因を児童のプリント・発言・事後のアンケートなどから考察すると、次の(1)~(3)の3点が明らかになる。

* アンケートは4項目の質問による。

- ・学習が楽しかったか。（5段階評価）
- ・その理由
- ・特に心に残る学習
- ・図形の学習は好きか

(1) 児童の生活に身近な集団に当てはめた四角形の擬人化の有効性

単元7時間目におけるひし形と長方形が平行四辺形の特徴を全て備えていること理由を考える活動において、児童BCFHIJMの7名にはプリントに「同じ高学年だから」のような記述が見られた。また、事後のアンケートで、児童BCIMNPの6名はいろいろな四角形を身近な集合に当てはめて考えたことが楽しく、分かりやすかったと回答していた。児童Bは図形の学習をあまり好んでいないことがアンケートから分かった。しかしながら、この学習活動を設けたことで図形の学習に意欲的に取り組むことができ、四角形の関係性を身近な集合のそれから見出すことができた。さらに、児童Fはかなり図形の学習を苦手としていたが、「ファミリー班長に当てはまったから、地区会長でも大丈夫」と類推したり、「もともと高学年だから平行四辺形の特徴が一緒」と結論付けたりすることができた。これらのことから教師が四角形の集合を身近な集合に当てはめて提示したことが有効に働いたと考える。

児童が四角形相互の関係性を見出していこうとするとき、既に関係性が十分認識できている別の集団を当てはめて考えることでその関係性をよりの確に捉えることができると考える。

(2) 包摂関係の視覚化されたものを読み取る困難性

平行四辺形・ひし形・長方形・正方形の関係性を定義から2次元表を用いて整理し、提示した。四角形相互の関係性を見出していく際には、この図そのものを根拠として指摘する児童がいなかった。2次元表に現れている情報よりも身近な集合に当てはめて考えるほうが児童にとって容易であったことが見とれる。結果的に2次元表を用いた四角形相互の関係性の図式化は有効に働かなかった。

その時々学習対象である四角形だけを抽出して、その関係を図表化するなど、支援を工夫する必要がある。

(3) 各四角形の性質から相互の関係性を見出す活動の有効性

児童CFは単元7時間目の活動前ではひし形で当てはまったことを根拠とし、長方形について類推している。この時点ではまだ整然とした根拠が無い状態である。つまり、3(1)①②で掲げた支援だけでは四角形相互の関係性を見出すには十分でないことが分かる。それぞれの四角形が保有する性質の関係性を見出す活動を経て、四角形相互の関係性を認識することができることが明らかになったと考察する。また、2名は実測・操作を通して結果を解釈する時点では、「全部高学年だから平行四辺形の特徴は全部当てはまる。」と関係性（ひし形も長方形も高学年であるという関係性）を見出していることがプリントへの記述から分かる。事後アンケートで児童CFの両者は共に「違う四角形でも同じ特徴が当てはまるのが特に心に残った。」ということを書き記していた。

児童CFIJMNPは事後のアンケートにおいて「正方形には全ての四角形の性質が当てはまるということがとても心に残っている。」などの感想を書き記していた。四角形相互の性質における関係性を見出していくことは児童の知的好奇心や図形の学習への意欲的な取り組みをも促していった。

これらのことから児童が各四角形の性質を見出していく際に、その四角形よりも上位の概念の性質が当てはまるかという視点で実測・操作を行い、結果を解釈していくことは四角形相互の関係性を見出していくことに有効に働いたと考察する。

6 成果と今後の課題

四角形の包摂関係について分類活動と性質を見出す活動を工夫したことで次の効果が認められた。

- ・段階的な分類活動により、四角形相互の関係性を認識する素地を整えることができた。
- ・各四角形に児童に身近な集合を当てはめて提示することにより、四角形相互の関係性の認識を促すことができた。
- ・各四角形の性質についてそれよりも上位の概念の性質が当てはまるかを視点とし実測・操作を行い、その結果を解釈する活動により、四角形相互の関係性の認識を促すことができた。

前述した効果の反面、次のような課題が明らかになった。

単元7時間目における児童EGに見られる理解の進み方の違いがその課題を示している。児童Eは級友の見方に共感し理解することで四角形の関係性を見出していくことができた。しかし、児童Gはその見方や説明に共感することが無かった。児童個々の見方の共有化を図り、練り上げていく学習活動についてその工夫を研究する必要があると感じた。

上記については児童Kの反応からも同じようにその課題が浮き彫りになる。児童Kは正方形についてひし形・長方形との関係性を見出していく際、「正方形はひし形、長方形と似ているから。」としている。漠然とした見方にとどまっている状態であると言える。四角形の擬人化や四角形相互の性質における関係性を見出すという支援を経て、一応の関係性を見出すことができたと言えるものの、その見方をさらに深化させていくためには、前述した共有化や練り上げの学習活動が必要になってくる。

今後、児童が互いの見方をお互いにかかわらせながら四角形相互の関係性における見方をさらに深化させていくことができるよう、学習活動の工夫やその場作りについて研究を進めていきたい。

児童が四角形相互の性質相互の関係性を考えることを通して、概念間の包摂関係を理解していくことを主たるねらいとした。しかし、その効果を如何に評価していくのかという計画が綿密でなく、曖昧になってしまった。前述した課題と合わせて今後研究を進めていきたい。

引用・参考文献

- 1) 松尾 七重「算数・数学における図形指導の改善」東洋館出版社、2000年、p.244