教育実践研究　第23集（2013）　103－108

［算数・数学］

主体的に学ぶ喜びを体感する算数的活動に関する研究

－６年「和算」の授業実践を事例として－

徳留　信登*

1　主題設定の理由

「分数のかけ算」の学習中，式を立てた児童にその理由を問うと，「ここは分数のかけ算っていう単元だから。」と答えた場面を忘れることができない。

日々の学習における児童の姿を思い返すと，単に計算を正確に処理することに喜びを感じている児童が多いと感じる。問題を正確に解く力は確かに大切である。しかし，こうした計算問題を解く力が，学習指導要領の算数科の目標に示された「算数的活動の楽しさや数理的な処理のよさに気付き，進んで生活や学習に活用しようとする態度を育てる。」に結び付いていくのだろうか。

私は，児童が既習内容の中で必要なものを選択し答えを導き出すことの喜びや，計算力や思考力，判断力や表現力を総合的に用い，いわゆる「考える力」として課題解決に当たっていく楽しさを実感していくことが，算数科の学習を好み，そこで培った力を生活や学習に活用しようとする態度を育てていくと考える。

そこで本研究では，四則演算の学習が終わった児童に「和算」を課題とし投げかけていく。よりよい解き方を考えたり，仲間と交流する中で新たな課題解決の視点に気付いたりすることは，児童が数の世界がもつ面白さを再確認したり，これまでの学習経験で得た力を効果的に発揮したりすることにつながるのではないかと考えた。

2　研究の目的と方法

⑴　和算の価値

６年生の児童は，１学期の「小数と分数の計算」で四則演算の学習を終える。またこの時期，社会科では江戸時代の学習に入る。この機会を利用して，児童に「和算」の存在を紹介した。

和算には，現代の人間の心も引き付ける魅力がある。それは，問題の中に当時の人々の生活の様子が生き生きと描かれているからである。また，和算の背景には算数の系統的な価値がしっかりと潜んでいる。和算を用いることで児童は，楽しみながら無意識の内に既習事項を活用したり，仲間と交流したりする中で，答えに辿り着く喜びを実感できると考えた。

江戸時代に隆盛を極めた和算には何百ともいえる問題があり，その価値や難度は多岐にわたる。本研究ではその内から３つ，「俵杉算」「鶴亀算」「絹盗人算」を取り上げることとした。この３つの価値は次の通りである。

時	和算の名前	考えられる価値	期待できる児童の姿
1	俵杉算	○１段目から数えていけば必ず答えに行きつくことができる。 ○課題の意味を児童が理解しやすく，図等に表現しやすい。 ○図形ととらえることで面積での既習を活用することができる。 ○式化することで，何段の俵でもその総数を求めることができる。	○図に表して自分の考えを表現している。 ○図形に見立て，倍積変形の考えで総数を求める。
2	鶴亀算	○数の移動などを考えなくても，見当をつけて数を当てはめると答えが求められる。 ○頭と足の２つの数が変化するため，表等を用いて，考えを整理していく必要がある。また，根拠として表等を用いることで表の価値を感じやすい。 ○式化することで，何匹，何本の場合でもそれぞれの数を求めることができる。	○表を用いて，自分の考えを整理しながら答えを求める。 ○片方の数の総数とみなし，差からもう一方の数を特定する。
3	絹盗人算	○見当をつけて数を当てはめると答えが求められる。 ○２種類の配り方に当てはまるか考える場合，表等を用いて考えを整理していく必要がある。 ○考えを説明する際，根拠として表等を用いることで，表の価値を体感しやすい。 ○式化することで，数が変化しても泥棒の総数を求めることができる。	○表を用いて，自分の考えを整理しながら答えを求める。 ○わり算の特性と余りに着目して答えを導き出している。

＊ 上越市立高田西小学校

⑵　研究の視点

本研究は，「主体的に学ぶ喜びを体感する算数的活動に関する研究」である。ここで，主体的に学ぶ喜びを体感する算数的活動に現れる児童の姿として，次の３点に注目する。

①　課題に対して必要な既習事項を選択して活用する姿
②　自らの考えをそれぞれの表現方法で仲間に伝える姿
③　仲間との交流を通して，学ぶ喜びを体感する姿

そして，本研究では「和算」が有効であるかを次の視点から検証する。

①に対しては，児童がこれまでに学習してきた，各領域，単元での既習事項を和算の課題に適応させて考える姿とする。和算は多面的に考えていくことで，全く違う手段で答えに行き着くことができる。計算のみならず，そこに至るまでの過程で既習事項と結び付けて考える姿に着目する。

②に対しては，自分の考えを，図表や式で表したものを基に，小集団や学級全体で表現する場面に着目する。

③に対しては，交流によって新しい方法に気付いた児童が，それを生かして新たな考えを発言したり，類似の問題をより効率の良い方法で解いていったりする姿に着目する。また，課題解決が困難であった児童やより円滑な解き方を知った児童が，自分とは違う考えを受け入れ，類似問題にそれを適応させていく姿に着目する。

どの点においても授業中の児童の発言と示した図，ワークシートの記述を検証の材料とする。

３　実践の概要　　～６年「和算」　計３時間　～　（６年生22名　７月実施）

⑴　児童の発言から式と図を結び付け，既習事項（面積）を想起した児童　　１時間目　「俵杉算」

導入では，まず和算の説明から始めた。社会科で学習している江戸時代に流行し，武士から農民までが夢中になっていたことなどを話すと，児童たちの興味は高まった。

それを受けて，第１の課題である「俵杉算」を紹介した。

課題：一番下の段に俵が13俵あり，その上に12俵，11俵・・・と俵が積み上げられています。俵は全部で何俵あるでしょうか。

自力解決において，多くの児童が簡単な図を書き，１段目からの俵の数を足すという計算を行った。その中で，Ｃ１は次のような式を書く。

Ｃ１：（ノートに）13＋６×13＝13×７＝91
Ｔ　：おもしろい式だね。かけ算を使うの。これってどういう意味？
Ｃ１：最初は普通にたし算しようと思っていたんだけど，一つ一つたさなくても，12俵と１俵をたせば13俵になるし，11俵と２俵をたしても13俵になるから。
Ｔ　：本当だね。13俵が６個作れるのか。
Ｃ１：でね。最後に一番下の13をたすの。それだと，13俵×７だからこれになる。
Ｔ　：すごいね。これって，図にするとどうなるのかな？（横の俵図を指して）
Ｃ１：え？図？図になるの・・・？まって。

このやり取りから周りの児童は，かけ算という言葉を耳にする。すると，教室に「ただ単にたし算をして解く」から「工夫して解く」という雰囲気が生まれる。

さらに，たし算を終えて，91俵という答えを既に見つけていたＣ２が図を眺めながら次のようにつぶやく。

Ｃ２：これってかけ算とわり算で解けるんじゃない？面積？

ここで，解決場面が終了し，小グループでそれぞれの考えを交流させ，発表場面へと移った。ここで発表された考えは次の３つである。

①全ての段を足していく児童，②たし算の式からかけ算へと変化させる児童，③三角形の面積として求める児童

①については特に問題なく，全員が納得いく方法として理解することができた。②ではＣ１が発表する。この時点でＣ１は，図式化することはできていない。そこで，教師から「この式は俵をどのように動かしたのかな。」と全児童に投げかけた。

Ｔ　：Ｃ１の考えはおもしろかったね。これって俵がどのように動いたの。
Ｃ３：13が７つできたから，13×７でしょ。俵は関係ない。
Ｔ　：けど，式が変わったんだから，俵も動くんじゃないの？
Ｃ４：あれっ？12＋１で13になったんだよね。これ，俵も動くよ。
Ｔ　：ちょっと前で図を描いてもらってもいい？

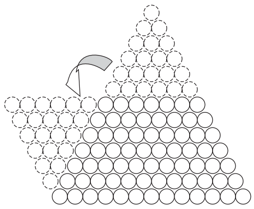
図１：Ｃ４が表した図

Ｃ４は，図１のような図を描き始めた。児童たちの中で，「すごい。平行四辺形だ。」「13俵が７段だ。」という声が聞こえる。Ｃ１の式と図を結び付けて理解することができた。

ここで，③の発表となる。Ｃ２は未解決の状態であることを前提として話し始めた。

Ｃ２：この図を見ていると三角形に似ているので，「底辺×高さ÷２」で出るかと思ったけど，（答えが）小数になるから違うと思う。
Ｔ　：三角形の面積の求め方で解けると思ったんだね。おもしろいね。でも，三角形じゃだめだったんだね。他の図形にすることはできるかな。ちょっと周りの友達と考えてごらん。

Ｃ２と教師の投げかけを受けて，児童は積み上げられた俵の形を図形ととらえ，解決方法を模索し始めた。Ｃ４の発表から平行四辺形を疑う児童は，同様に頂点部分を切り取って変形させることを考えていた。その中で，Ｃ５が俵を２つ使うことを考えだした。

Ｃ５：出来たかも。ちょっと待って。（計算する）91俵になる。俵をひっくり返して反対側に付ければ，平行四辺形ができる。（図２）底辺が14になって，高さが13になるから，14×13÷２＝91になります。

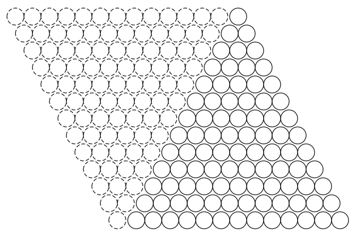
図２：Ｃ５が表した図

児童からは「これも平行四辺形だ。」「前もやったよね。」という声が聞かれた。

その後，類似問題として俵が下に15段積み上げられている場合を考えた。発表にあった②，③の考えで多くの児童が考える中，公式化の可能性を訴える声が聞こえた。そして，図２と類似問題を解いた児童の図から（底辺の俵の数＋１）×（底辺の俵の数）÷２が生み出された。

１時間目の学習では，Ｃ１は数の塊をつくることに着目し，かけ算での解決を考え出した。次に，全体思考の場面では教師の投げかけからＣ４が俵を移し替え，等積変形の平行四辺形をつくり出した。俵の数のみに注視していた他の児童の見方を変化させた。また，Ｃ２は唯一積まれた俵の状態から三角形の面積を想起した児童であった。Ｃ４とのやり取りを受けて，俵を図形として見られるようになったＣ５は倍積変形を想起して図をつくり出すことができた。

Ｃ２の考えは，まさしく⑴の既習事項を選択して活用するする姿に当たると考える。また，Ｃ１，２の発言から，式を図に表したり，図を変形して俵の総数を求めたりしたＣ４，５は，新しい考えに刺激を受け，学ぶ喜びを感じた児童が考えをより広げていく姿であったと考える。「俵杉算」を通して，様々な視点から数の変化を見ることができた。

⑵　表のよさに気付き，数の増減のきまりをとらえる児童　　２時間目　「鶴亀算」

２時間目では，「鶴亀算」を取り上げた。

課題：ツルとカメが合わせて20匹います。足の数は全部で58本です。ツルとカメはそれぞれ何匹いるでしょうか。

前時の俵杉算の経験から，何かしらのきまりを見付けると，答えに行きつきやすくなることを経験した児童は，導入から問題の裏側にある数の世界を模索しようとしていた。

思考場面では，多くの児童が大体の数を見当付けて式に当てはめ，解答を模索する姿が見られた。また，その反面一つ一つの増減を表でまとめていく児童も現れた。その中で，一人の児童が表を作り，解答が求められたことを報告してくる。

Ｃ６：先生。やっとできた（図３）。亀の足が20本で鶴が38本だ。
Ｔ　：表でまとめたんだね。すごいね。がんばったね。
Ｃ６：いちいち求めるのが大変だったから，表にした。

式で計算していく過程から，表に表わすことで考えが整理されていくよさを実感している様子が伺えた。

ここで，予定していた思考時間が終了する。全体の思考は次の３つに分かれる。

①大体の見当を立てて考えた児童，　②表を作って答えを求めた児童１，　③表を作って答えを求めた児童２

①については，半数の児童が大まかに数を当てはめて答えを求めていた。また，予想を立てていた児童の多くが「なんかいい方法があると思うんだけど。」とつぶやいていたことも事実である。①の考えはどの児童もやり方をほぼ理解できていたので，②の考えから発表した。

Ｃ６：答えは，亀が５匹で鶴が19匹です。
Ｃ全：違うと思う。20にならない。
Ｃ６：えっ？でも58になるよ。
Ｃ全：でも合計で20匹にならないよ。
Ｃ６：あっ。本当だ。24匹になる。でも，表だと58本になるんだけど。
（ここで，Ｃ６が考えた表を児童に提示する。）
Ｃ全：すごい。何だこれ。あっ。縦が亀で横が鶴だ。百ます計算みたい。
Ｃ７：これって，このまま続けていけば答え出るんじゃない。58本になるのは，他の組み合わせもあるのか。けど，これめんどうくさい。

図３：Ｃ６が作成した表

結果としてＣ６の答えは違ったが，①の考えに固執していた児童には，表にすると答えを導き出すまでの筋道が整理されることと，伝える場面でより分かりやすく相手に伝えられることを感じ取っていた。次に③である。

Ｃ８：私も表にしました。ここが鶴の数でここが足の数，こっちが亀の数でここが足の数です。半分の10ずつに分けると足の合計が60になります。とりあえず，鶴１匹を亀に移動しました。すると足が２本増えて62本になりました。それで，逆に亀１匹を鶴に移動して58本になりました。
Ｃ９：なんで亀が増えるのに２本増えるの？４増えるんじゃないの？
Ｃ８：４増えないでしょ。亀が増える分，鶴が減るから，２本増えるの。
Ｃ９：そっか。鶴（の足）が減るからか。
Ｔ　：それじゃ，一匹移動すると足はどう変わるのかな。
Ｃ全：２ずつ増えるか，減る。表は分かりやすいかも。

③の発表により，１匹移動すると足が２増減することを多くの児童が理解できた。この後，練習問題として数を大幅に増やした「鶴と亀が77匹います。足の数は合わせて244本でした。鶴は何匹，亀は何匹いますか。」という課題を提示したところ，当初大まかな数を当てはめて考えていた児童の多くが表を使って数を整理しながら問題を解決していた（図４）。表を使うことのよさを実感できたからだと考える。

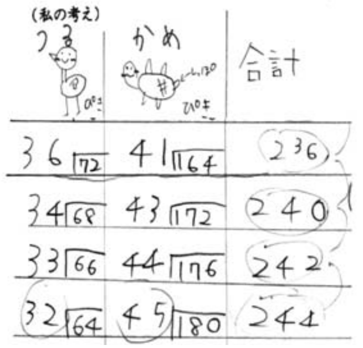

図４：表のよさを実感し，作成された表

児童は，本時でも前時同様，様々な方法で答えを求められるのではないかと考え，思考を広げていた。しかし，前時と違い図への置き換えが難しいことから，最終的に大まかな数を当てはめるという方法を選択する児童が多かった。「俵杉算」は図，「鶴亀算」は表に表すことで解を求めやすい問題である。児童が見通しをもてるようにつながりがある単元構成を行うべきであった。

しかしその中で，Ｃ６，８の表への置き換えは児童の考えを広げた。答えを発言した時点では，Ｃ６の考えは周りの児童には全く伝わっていなかった。しかし，彼が作成した表を提示した瞬間に「縦がカメで横が鶴だ。」「百ます計算みたい。」とつぶやきが聞かれた。Ｃ６の答えは誤答だったが，学級全体に表のよさを広げていた。それを受けてＣ８の表は，２匹の数が縦列に整理されていたため，数の増減がはっきりととらえやすかった。それにより，「１匹増減すると足の数が２本ずつ増減する」という規則性を全児童が理解することができた。Ｃ６，７の姿こそ，⑵の自らの考えをそれぞれの表現方法で仲間に伝える姿であり，終末に類似問題で表を使って答えを求めた児童たちこそ，⑶の仲間との交流を通して学ぶ喜びを体感した姿だと考える。「鶴亀算」だからこそ生まれた姿だと考える。

⑶　多様な考えから解答を模索する児童　　３時間目　「絹盗人算」

３時間目では「絹盗人算」を取り上げた。通常，絹盗人算は「一方の配り方をすると〇枚余り，もう一方の配り方をすると〇枚足りない。」という問題形式が一般的であり，基本的に余りに着目し問題を解いていく。しかし，絹が余る

数と足りない数をたすと盗人の人数が出るという考えが児童全体で理解できるか不安に感じたため，本時では「一方では〇枚余るが，一方では割り切れる。」という課題とした。

課題：「絹を９枚ずつ配ると12枚余る。11枚ずつ配ると配り切ることができる。泥棒の人数と絹の枚数を答えなさい。」

思考場面では，多くの児童が鶴亀算の経験から表にして整理する方法に取り組んでいた。その中で，先日の鶴亀算では大まかに数を当てはめていた児童がワークシートを見つめていた。

Ｔ　：どこまで考えたの？
Ｃ11：適当に（数を）入れてみようかと思ったけど・・・。絶対何かあると思う。

Ｃ11はこれまで和算に取り組んだ経験から，課題に潜む数の世界を何とかつかもうと思考していた。

Ｃ11：９枚ずつ配ると12枚余るんでしょ。11枚だと割り切れるんでしょ。じゃあさ，10枚ずつ配るとさ。何枚余るのかなって・・・。
Ｔ　：おもしろいね。９枚ずつだと12枚，11枚ずつだと０枚。10枚ならどうなるかな。
Ｃ11：・・・分からない。もうちょっと考えてみる。
（この会話に，隣に座っていたＣ12が入ってくる。）
Ｃ12：えっ？６枚でしょ。６枚。
Ｃ11：えっ？なんで？　なんで６枚って言い切れるの？
Ｃ12：だって，９だと12でしょ。11だと０でしょ。だから10は９と11の間だから12と０の間の６でしょ。あっちょっと待って。これ答えだよ。すごい。できたよ。
Ｔ　：じゃあ。Ｃ12さんは，Ｃ11さんに説明できる？図でもいいし，式でもいいよ。

ここで思考時間15分が終わる。児童たちの考えは次の３つに分かれる。

①大まかな数を当てはめる児童　②表を作り整理する児童　③あまりに着目して，式化し答えを求めていく児童

２時間目の鶴亀算同様，②から発表を始めた。

Ｃ13：ぼくは表を作りました。（図５）
Ｃ全：えっ？どうやってまとめたの？
Ｃ13：この左側は，泥棒が何人いるかです。真ん中はそこに余りの12枚をたした数です。右側は真ん中で出た数が11枚で割り切れるかで調べました。その時の絹の枚数をみると66枚なので６人で66枚です。
Ｃ全：すごい。分かりやすい。６人だって分かるよ。

図５：Ｃ13が作成した表

鶴亀算同様に表にして整理することは，答えを導き出すまでの足跡が残るため，相手にはっきりと伝わることを確認することができた。

次に③である。先ほどのＣ12が発表する。

Ｃ12：最初は表を作ろうかと思ったけど，変えました。９人に配ったら12枚余って，11人に配ったら０枚になったってことは，10人に配る時は６枚余ります。１枚配る数を増やしたら，６枚減るってことは，６人泥棒がいたってことです。後は，11×６＝66で66枚です。
Ｃ全：本当だ。すごい。うわぁ。簡単だ。
Ｃ14：似ています。私は12÷２で計算しました。Ｃ12さんと同じで，11枚配ると12枚余って，それから２枚分ける数が増えると分け切れるんだから，（余りの枚数）÷（増えた枚数）で12÷２で求められると思います。
Ｃ11：２枚増えると分け切れるからか。だから６人だ。

この後，数字を変えて類似問題を出したが，どの児童もＣ14の考えを用い，円滑に課題解決ができた。

本時の思考開始時は前時での「鶴亀算」の既習経験が強く表れ表でまとめる児童が多かった。Ｃ13が作った表は前時のものと同様に縦軸に２つの数が並列に書きこまれていた。また，右端でその整合性を確認するという点でも前時の影響を強く受けていた。しかし，前時とは違い横列で見ると一つの式となっている点等は，この「絹盗人算」用に作り変えられている。この柔軟性は本研究で求める(1)～(3)のどの姿にも当てはまると考えている。

また，Ｃ11，12のやりとりからは，布の余りの枚数から，その裏側にいる泥棒の数を見るという視点の切り替えが生まれた。Ｃ11は独力では視点を切り替えられないでいたが，Ｃ14の式化により「２枚増えると分け切れるからか。」と

納得することができた。これは(3)の仲間との交流を通して学ぶ喜びを体感する姿であったと考えている。

「鶴亀算」では式化へとつなげることができなかったが,「絹盗人算」では教師が意図的にＣ11の発言を広げたことで式化へと進むことができた。

4　成果と課題

本実践での成果と課題をまとめると次の通りである。

⑴　課題に対して必要な既習事項を選択して活用する姿

どの課題でも自力解決場面では多角的に課題をとらえられることは難しかった。しかし，話し合いで考えを交流したり，教師が意図的に投げかけたりしたことで新たな視点で課題を見る姿は見られた。「鶴亀算」の「何かあるかもしれない。」や「絹盗人算」の「絶対何かあると思う。」という児童の発言は，既習事項を想起し，それと和算を結び付けようと取り組んだことで生まれた言葉だと考える。様々な解決方法がある和算の多様性が十分に生きたと考える。

⑵　自らの考えをそれぞれの表現方法で仲間に伝える姿

式から図への変化，図から式への変化，表での整理など，発言する場面では式に頼る傾向があった本学級で，算数的言語を使って表現する児童が多く見られた。Ｃ４の「あれ？動くよ。」やＣ６の「いちいち求めるのが面倒だから表にした。」という発言がそれを表している。これは，複雑な和算の問題を整理して分かりやすくし，考えをまとめたいという児童の強い願いが生み出したのだと考える。日常の授業では，算数的な表現を使うことに大きな価値が置かれていたが,「算数的な言語を使うことが児童にとってプラスになる」という課題を提示することが多様な表現方法を引き出すのだと本研究を通して感じることができた。

⑶　仲間との交流を通して，学ぶ喜びを実感する姿

どの授業でも最後には類似問題を提示した。すると「俵杉算」では面積による変形,「鶴亀算」では表の整理,「絹盗人算」では余りの着目によって答えを導き出す児童が90％を超えていた。ここから，児童が互いの学びに響き合い，よりよい方法へ移行していった姿が表れていると考える。多様な解決方法が存在する和算だからこそ，作業効率にも差が生まれ，より簡単な方法へと動いて行ったのだと考えている。また,「絹盗人算」のＣ13は，前時の「鶴亀算」の表を柔軟に変化させて求めている。この柔軟性に冒頭で述べた「課題解決が困難であった児童やより円滑な解き方を知った児童が，自分とは違う考えを受け入れ，類似問題にそれを適応させていく姿」，そして発言する姿勢に「自分の考えを図表や式で表したものを基に，小集団や学級全体で表現する姿」が見いだせる。これこそが本研究で求めた算数科を生活に生かす姿の一端だと私は考えている。このような姿が生まれたのも和算ならではであったと考える。

授業後には多くの児童から「おもしろかった」「またやりたい」という言葉が聞かれた。ここには課題解決のために取り組んだ児童の意欲や解決できたことの快感が内在していると考えている。単元終了後，児童にアンケートをとったところ，右のような結果となった。どちらの問いに対しても肯定的な評価をした児童が半数を超える。また，楽しいと答えた児童の多くが,「考えるのが楽しい」と感想を残していたこともうれしく感じた。さらに,学習後に，学級の本棚に和算の問題集を何冊か置いた。休み時間に和算の問題を解いたと答えた児童も半数を超えおり，子どもたちが率先してこの和算へと取り組んだことが理解できた。和算のもつ魅力に引き込まれ，楽しさを実感した児童が生まれた証拠だと考える。

４（とてもそう思う）　３（そう思う）
２（あまり思わない）　１（まったく思わない）

	4	3	2	1
「和算」が好きか(％)	31	56	12	1
「和算」は楽しかったか(％)	47	49	4	0

(主な理由・感想)
○いろいろな方法があって，みんなで考えるのが楽しかった。
○友達の考えや答えが分かった時にスキッとする。

実践を終えた今，昔の人々が知恵を寄せ，練り上げられた和算にはまだまだ多くの可能性が秘められていると強く感じている。今後も研鑽に励み,「和算」の他領域や場面での活用の方法を模索していきたい。

〈引用・参考文献〉

文部科学省　『小学校学習指導要領解説算数編』東洋出版社，2010年
桜井進　「江戸の数学教科書」，集英社インターナショナル，2009年
佐藤健一　「和算で遊ぼう」，株式会社かんき出版，2005年（pp.13-21，87-93）
佐藤健一　「和算を楽しむ」，株式会社精興社，2006年
佐藤健一　「「和算」でパズルを」，東京書籍株式会社，2008年（pp.74-81）