

[算数・数学]

「操作」と「説明」を橋渡しする「紙ブロック」教具の開発と実践

- 数学的な表現力を育む「ひき算（1年生）」指導改善の試み -

竹村 愛子*

1 問題の所在

今年度から完全実施されている学習指導要領算数科の目標では、「見通しをもち筋道立てて考え、表現する能力を育てる」¹⁾とあり、「表現する」という言葉が今回の改訂で加えられた。「考える能力と表現する能力とは互いに補完しあう関係にある」²⁾と記されている。表現力の育成として、「児童が具体物を用いたり、言葉、数、式、図、表、グラフなどを用いたりして、友達に説明したりする学習活動を取り入れることが重要である」³⁾と述べられている。

また、数学的な表現について石田 (1984)⁴⁾は、「現実的表現」、「操作的表現」、「図的表現」、「言語的表現」、「記号的表現」の5つに分類している。そして、授業における「現実的表現」から「記号的表現」への流れは、「具体的で親しみやすい表現からだんだんと抽象的で高度な表現へと進む流れになっており、授業の基本的な流れとして採用するに値するもの」と述べている。教師用指導書⁵⁾の減法の指導の手順も、同様である。具体的から抽象的へという考え方に則って、小学校では「数と計算」領域で考える拠り所としてよくブロックが用いられる。これまで、筆者もブロック操作を取り入れた活動を数多く試みてきた。その結果、ブロック操作は具体性があり、体験的な活動になるといったよさがある一方で、児童がその活動で考えたであろう“思考の足跡”が残らないという問題がある。これらをまとめると以下ようになる。

表現様式	減法（求残）の指導の手順	1年生の指導の困難点
図的表現	①具体的な場面の絵を提示する。	<ul style="list-style-type: none"> ・全員が正しい操作をしているか見取ることが難しい。 ・跡が残らないブロック操作だと、④から⑤へとつなげる際に、操作の結果を図に表すことが難しい。 ・正確に表させようとする、⑤の際に児童が黒板にかいたものをただ写すだけになってしまう。
言語的表現	②どんな場面か話をする。	
操作的表現	③数量をブロックなど半具体物に置き換える。 ④「とる」操作を実際にさせる。	
図的表現	⑤操作の結果を図に表す。	
言語的表現	⑥操作の結果を言葉に表す。	
記号的表現	⑦操作の結果を、記号「-」を導入し、式に表し、読む。	<ul style="list-style-type: none"> ・⑥の際、言葉だけではうまく表せない。分かりやすく説明することができない。 ・⑦では、操作や図と式が結び付かず、立式の間違いが起こる。
(まとめ)	⑧板書を見ながら、「操作、図、言葉、式」を対応させながら、減法概念形成を図る。	

筆者は、1年生を担当していたとき上記のような指導過程を踏まえて指導を進めたが、次の2点でいつも停滞していた。1点目は、④から⑤の段階で、操作の結果を図に表せない児童がいることである。2点目は、⑤から⑥の表現の対応の際に、言葉でうまく表せず、分かりやすい説明ができないことである。この問題を解決するには、低学年における表現力を育てるための教材の工夫と、表現力を組み合わせたり、関連付けたりする場の設定が必要である。そこで筆者は、2頁で具体的に述べる「思考過程や思考したものがそのまま貼ることによって表現できる紙ブロック」を考案し、それを用いた指導の工夫・改善を試みることにした。どの児童も自分の考えをもち、絵や図、式や言葉などを用いて表現する力を育てていきたいと考え、本主題を設定した。

2 研究の目的

本研究の目的は、1年生の数学的な表現力を高めるために、以下の手立ての有効性を明らかにすることである。

- ひき算のイメージ化を図る紙ブロック操作によって、思考過程や考えたことをそのまま貼ることによって表現できるようになる。
- 紙ブロック操作を図解して説明する活動によって、貼られた図から思考過程や考えをそのまま説明できるようになる。

* 上越市立八千浦小学校

3 研究の内容と方法

本研究は、小学校1年生1クラス（男子8名、女子9名、計17名）のひき算(1)の学習（全12時間）を対象としたものである。

1時間目：「のこり」を求める場面を「-」「=」を用いて表す。

2～4時間目：求残場面で紙ブロックを使って考え、表現する。

5時間目：求補場面で紙ブロックを使って考え、表現する。 6, 7時間目：ひき算カードを使い、計算に習熟する。

8時間目：0の減法の計算 9, 10時間目：求差場面で紙ブロックを使って考え、表現する。

11, 12時間目：既習事項の確認

(1) 内容

① 紙ブロックによる操作活動

紙ブロックとは、一辺が2.5cm×2.5cmの正方形の紙が10個つながっている紙でできたブロックである。この紙ブロックは、目盛にミシン目が入っており、手で簡単に切り分けられるようになってきている。山本（1998）⁶⁾は、「ブロック図のよさ」として、「減加法、減々法の考え方を引き出すために、まとめて引くことができる教具」「どこから引いたのか、児童の考えていることを具体物によって変えることなく引き出せる。」ことを述べている。しかし山本の方法では、図であるためブロックを付けたり、切り離したりといった具体的操作ができない。そこで、具体的な操作活動を行わせ、その操作過程を貼って図に表すことを大切にしたいと考え、手で切り取って並べることでできる紙ブロックを考案した。紙ブロックの特徴は、以下の4点に整理できる。

ア) 減法では、「引く＝なくなる」という印象から、減数を表すことが難しいが、紙ブロックは減数に印を付け区別することができる。

イ) ブロックは引く操作の際に一つずつ引くが、紙ブロックではまとめて引くことができる。これにより、答えが視覚的に瞬時に分かる。繰り下がりの際は、減加法、減々法の考え方を引き出しやすい。

ウ) ブロックは厚みがあり、ノートにそのまま貼ることができないが、紙ブロックでは、考えたものをそのままノートに貼って表現することができる。つまり、操作過程をそのまま図としてノートに残すことができる。新たに図をかく必要がない。

エ) 思考過程がそのまま図として残っているので、相手に説明しやすい。今後、学習する繰り下がりのある減法にもつながり、計算のイメージをしっかりとめさせることができる。

② 図解して分かりやすく説明する活動

紙ブロックを操作して求めた考え方を、ノートに表現させる。その際、ブロックの置き方を統一し、減数の紙ブロックは右端から斜線を引かせてとることとした。また、矢印や言葉なども記入することで、考えを整理させ、その図を見せながら相手に説明させる。また場面に応じて、紙ブロックをノートに貼る前に相手に説明させる。紙ブロックを動かしながら説明することで、ひき算のイメージを強くもたせる。図と式とを関連付けながら説明することから、式の意味を理解させる。

(2) 方法

紙ブロックの操作活動による思考と、紙ブロックを用いた図解・説明についてA児、B児、C児の抽出児童の変容を分析することで、有効性を検証する。

①紙ブロックの操作活動では、減数に線を引く、切り取る、答えを求めることが自分のできるようになることを目指す。

②図解して説明する活動では、ノートに紙ブロックを貼り、一人で矢印を入れたり、問題文の中のキーワードを使って表現したりできることと、相手に「最初□個あって、～したから、○個になる。」のように、紙ブロックの操作を筋道立てて説明できることを目指す。

4 実践

(1) 絵や文から求残場面を読み取り、式に表し紙ブロックを使って答えを求める場面（2/12時間）

初めは、「4個のケーキから1個食べると残りはいくつか。」という絵から残りを求める問題である。紙ブロックの操作を想起させるため、全体で確認した後で、式を考えさせた（図1）。

次に、「3本の花から2本あげると残りはいくつか。」という問題を一人ずつ解かせ

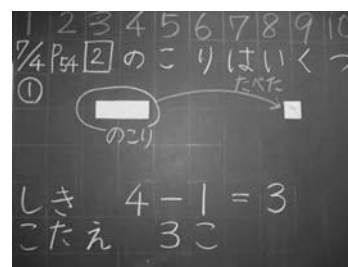
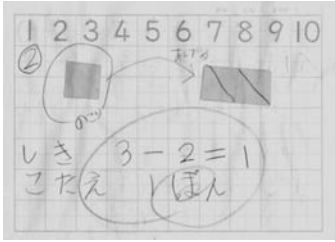
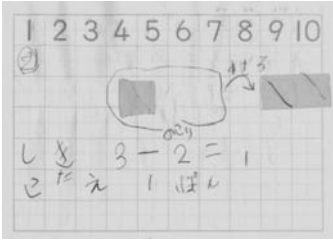
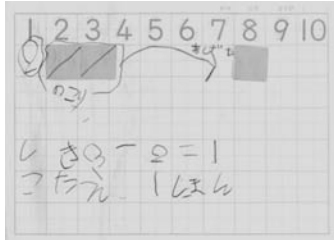


図1 全体で確認した板書

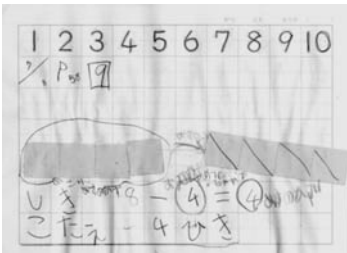
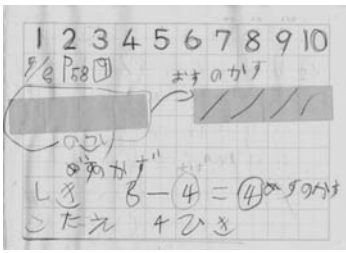
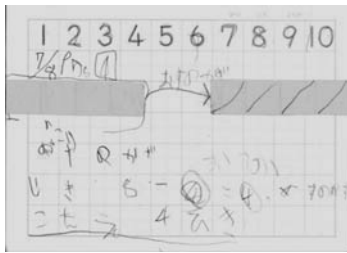
た。この時間は、従来ならばブロック操作の後で図に表していた活動を紙ブロックの操作活動に一括し、考えをそのまま表現させることをねらった。その結果、どの児童も紙ブロックを使って考えることができた。しかしまだ慣れずに、紙ブロックの印の付け方や貼り方で迷っている児童が6名いた。また紙ブロックをノートに貼って表したところまでは正しいものの、それが立式と対応せず、式を「 $1 - 3 = 2$ 」や「 $3 - 1 = 2$ 」と書いている児童も4名いた。そこで、正しい式を示し、数字と貼った紙ブロックとを一对一で対応させ、操作と式とを結び付けて考えることができるようにした。

	A 児	B 児	C 児
2時間目の様子 (・言動 ○ノート)	<p>問題：4個のケーキから1個食べると残りはいくつか。</p> <p>紙ブロックの使い方を全体で確認し、ノートに紙ブロックでの思考を表す場面</p> <ul style="list-style-type: none"> つぶやきなどはないが、教師の説明や友だちの発言などを聞きながら、紙ブロックを操作する。 <p>式を立てて、答えを求める場面</p> <ul style="list-style-type: none"> 指示してから30秒後には、立式して答えを求める。 	<ul style="list-style-type: none"> 紙ブロックをノートに貼る際、「どこに貼ればいいですか。」と質問する。 立式し、「$4 - 1 = 3$です。」と発言する。 「先、4個あったけど、1個食べたから、3個になりました。」と黒板を示しながら式の意味を説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> 紙ブロックに線を引き、切るところを確認したとき、「3個になる。」とつぶやく。 「のこりは？」と尋ねると、「1つこうやって取れば(手で4から1つ取る仕草)、3個になる。」と発言する。 <p>・式が立てられず、A児のノートを見て立式。</p>
	<p>問題：3本の花から2本あげると残りはいくつか。</p> <p>次の問題を自力解決し、説明する場面</p> <ul style="list-style-type: none"> 自力で紙ブロックに線を付ける、のりで貼る、ノートに表現する。4分後、一番にノートを持って来る。 <p>○問題通り、紙ブロックのあげた2つに線を付け、残った1つに「のこり」という表現をする。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 授業者がわざと間違えて書いた$1 - 2 = 1$という式の間違いを指摘する。被減数が3であることを発言する。そして、答えが「残った数」であることを発言する。 <p>○紙ブロック全部に斜線を付けてから、1つを消す。答えのブロックに迷い、貼り直す。</p> 	<ul style="list-style-type: none"> 紙ブロックに触るが、切り取れない。助言を受けながら、被減数分の紙ブロックを切り離す。紙ブロックを自分で切り離す。(線を付け忘れる) A児に紙ブロックのことを指摘されるが、「うん。」と頷く。 A児に手伝ってもらいながら、10分後にノートの記述を終える。 紙ブロックを手で動かす。 <p>○紙ブロックで減数の線は正しく付けられたが、答えと減数の位置を逆に貼る。</p> 
成果 課題			

(2) 文から、部分集合を求める(求補)場面を読み取り、式に表し答えを求める場面(5/12時間)

この時間は、「ハムスターが8匹いて、オスが4匹いる。メスは何匹か。」という新しい場面の問題に取り組んだ。紙ブロックを使い始めてから4時間目であり、紙ブロックの操作とノートへの表現は全員が正しくできるようになった。そこで、これまではブロックで操作した後に説明していたのを、今度は、紙ブロックを使いながら説明することを重点化して取り組んだ。紙ブロックを動かしながら相手へ説明させることで、思考と表現の一体化を目指した。問題文を読んだ後、児童の中には「オスが散歩に行つて…」などのように文章題を自分で作り、その言葉に合わせて紙ブロックを遠くへ動かす児童もいた。またこの問題の場合、減数と答えが同数になることから、式の意味理解に迷う児童が予想された。実際B児とC児は、減数と答えの意味を区別できずに混乱していた。

	A 児	B 児	C 児
5時間目	<p>問題：ハムスターが8匹いる。オスは4匹。メスは何匹か。</p> <p>紙ブロックを用いて考え、隣の人に説明する場面</p> <ul style="list-style-type: none"> 隣の人に「8匹いて、4匹オスだから、メスは4匹。」と紙ブロックを動かしながら説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> 隣のC児に、「8個あるでしょ。4個切ると、4個になるよ。こうやると(減数と答えの紙ブロックをくっつける)8個になるね。$4 + 4$は8こになるよ。」と紙ブロックを動かしながら説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> 考え方を説明する際、授業者やB児の力を借りて説明。

	A 児	B 児	C 児
5時間目 (・言動)	<p>式を立てて答えを求める場面</p> <ul style="list-style-type: none"> ・答えと減数が同じ数でも、<u>オスとメスを区別して考える。</u> 	<ul style="list-style-type: none"> ・紙ブロックでは、印のついていない方がメスであることを授業者に伝えた。 ・全体で確認した際、減数を「<u>メスの数</u>」だと迷う。 	<ul style="list-style-type: none"> ・紙ブロックの印を付けた方や残っている方のどちらが<u>オスカメスカ分らない。</u>
○ノート	<p>○オスの数分、紙ブロックに線を付け、切り離してノートに表現する。</p>	<p>○紙ブロックの4つに線を付ける、貼る場所や「のこり」の表記も正しく表現する。</p>	<p>○紙ブロックの答えと減数の位置を正しく貼れるようになった。</p>
成果 課題			


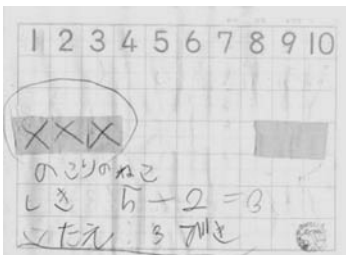
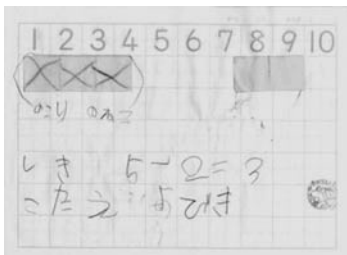
(3) 求差場面を判断し、紙ブロックを用いて考え式に表し、説明する場面 (10, 11/12時間)

求差場面での適応の2時間目である。ここでは、2問準備した。初めは、①「黄色い車が8台、赤い車が3台ある。どちらが何台多いか。」を考える問題をした。見通しをもてるように図で表させ、次に紙ブロックで考えさせた。

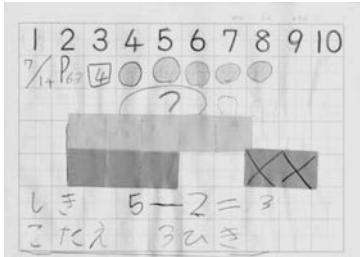
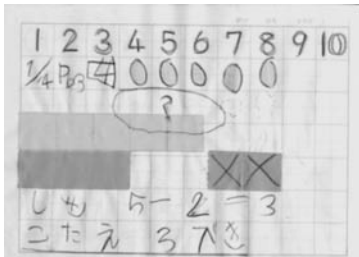
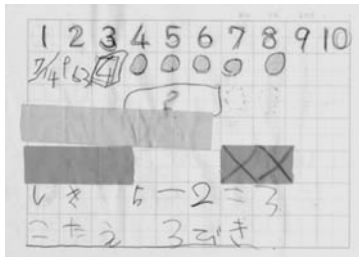
	A 児	B 児	C 児
10時間目 (・言動)	<p>問題：黄色い車が8台、赤い車が3台ある。どちらが何台多いか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・図、紙ブロック、式と答えともにすばやく仕上げる。 ・説明の際、「赤い車が3台、黄色い車が5台」と数と真いに迷いが見られたが、答えはすばやく求める。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「まず、8個だから。ここだ。3個、切りました。それで、5個多いんだよ。」と隣のC児に説明する。 ・3分後、ブロックでの考えが終わる。 ・10分後、「まず、8個あって、3個とって…そしたら、5台になるんだよ。」と紙ブロックを動かしながら説明する。 ・いろいろな児童に積極的に説明する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・B児の説明を受けながら、問題を解く。 ・黒板に書かれた式の被減数の誤りを「8。最初8個だったから。」と根拠を明らかにして発言する。
○ノート			

求差を求める問題であっても、図や紙ブロックを使って「黄色い車が5台多い。」ことを求めることができた。

次に、②「犬が5匹いる。猫は犬より2匹少ないとき、猫は何匹か。」という問題に取り組んだ。今まで習った方法で取り組むように指示したところ、多くの児童が解けなかった。

	A 児	B 児	C 児
成果 課題	<p>問題：犬が5匹いる。猫は犬より2匹少ない。猫は何匹か。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・1人だけ絵を使って考える。 ○猫と犬の絵を問題に合うようにノートに描き、立式し答えを求める。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「猫は犬より2匹少ないがうまくイメージできずに困る。 ○紙ブロックの3つに線を付け、それを「のこりのねこ」と表す。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「猫は犬より2匹少ないがうまくイメージできずに困る。 ○紙ブロックの3つに線を付け、それを「のこりのねこ」と表す。
			

原因は、問題文では猫の数を問っているが、紙ブロックが1種類のため、それが猫を表したり、犬を表したりする場面があり、混乱したためである。そこで、次の時間に2種類の紙ブロックを用意して犬と猫の数を示すことで、猫の数を求めさせた。また、問題文の一部を補って「犬が5匹いる。猫は、犬と同じ数より2匹少ないとき、猫は何匹か。」として改めて示すことにした。

	A 児	B 児	C 児
11時間目 (・言動 ○ノート)	<p>・話をよく聞き、図をかいたり、紙ブロックを操作したりする。</p> <p>○自分でノートに線をかき、<u>位置を合わせて紙ブロックを貼る。</u></p> 	<p>・図をかかせて見通しをもたせたり、2種類の紙ブロックを用意して黄色が犬、ピンクが猫を示すことを伝えたりしてから考えさせると、「分かりやすい。」と発言し、新たな問題も解く。</p> <p>○少ない数だけ線を付け、正しい猫の数を表現する。</p> 	<p>・図をかかせて見通しをもたせたり、2種類の紙ブロックを用意して考えさせたりすると、前の時間よりも考える。</p> <p>○少ない数だけ線を付け、正しい猫の数を表現する。</p> 

5 結果

(1) A児について

4実践(1)の場面(以下4(1)などと示す)では、A児は、出された問題に対して、紙ブロックを操作してすばやく立式し答えを求めたり、ノートに矢印や言葉を用いて表現したりしていた。自分の中の減法のイメージと合致させ、被減数(紙ブロック全部の数)や減数(印を付けた紙ブロック)を動かしたり、記号を書いたりしていた。4(2)でも、紙ブロックの印を付けた方が減数である「オスの数」であることを理解していた。隣席の児童に自分の考えを説明する場面では、「8匹いて(被減数)、4匹オスだから(減数)、メスは4匹(答え。)」と簡潔に筋道立てて説明した。そして、紙ブロックを動かしながら相手に分かりやすく説明する姿が見られた。4(3)①では、一人だけ絵を描いて求差の問題を考えた。紙ブロックという方法に限定せず、自分が考えやすい方法を選んで考え、問題を解くことができた。

(2) B児について

B児は、初期段階から紙ブロックの操作は理解していた。被減数、減数、残りの式の意味を全員に説明できたのは、紙ブロックによってどれが減数であるか分かったからである。紙ブロックによる表現については、初めは紙ブロック全部に印を付けたたり、紙ブロックの貼る位置を間違えたりしていた。4(1)の段階では、まだ操作と表現とが結び付いていない段階であった。4(2)では、10個つながった紙ブロックを「2個切らなきゃ。」と自ら進んで被減数に合わせようとする姿が見られた。また説明する場面では、紙ブロックを付けたたり、離したりしながら自分の言葉で説明していた。自分から問題へ関わろうとする姿勢が見取れる。課題であったノートへの表現は改善され、正しい位置や方法で表現できるようになった。しかし、式の意味を確認した際に、減数と答えが同数のため、何の数を表しているかに迷いが見られた。4(3)②で、2種類の紙ブロックを使って考えさせると、一番に紙ブロックをノートに貼ったり、「ちがいに」という言葉を書いたりした。紙ブロック操作を通して、自分の考えを明らかにし、それを説明することができるようになってきた。また、2種類の紙ブロックで表すことで、求差の問題も解けるようになった。

(3) C児について

4(1)で、紙ブロックの操作を見た瞬間、答えをつぶやいたC児。この段階では、被減数の紙ブロックを自分で用意できなかったが、筆者が手渡すと、減数を切るのは自力で行った。式は自力で立てられなかったが、紙ブロックを手で動かすジェスチャーをしながら自分の考えを伝えようとした。この姿から、自分で考えよう、相手に伝えようとする意欲が伝わってくる。表現の段階では、答えと減数の位置を逆に貼ってしまい、課題が残った。4(2)の問題では、B児同様、ノートに答えや減数の位置を正しく表せるようになった。説明は手助けが必要であるが、自分で紙ブロックを動かして説明しようとしていた。4(3)②では、2種類の紙ブロックを用いて考えさせると、違いを求めやすくなり、正しい答えを求めることができた。また、それまでは式の意味を説明することはなかったが、4(3)①では「最初、8だったから。」と根拠を明らかにして、黒板の式の被減数の誤りを指摘した。

6 考察

(1) 紙ブロックの操作活動について

A児は、「紙ブロックを使って答えを出すと、気持ちがさっぱりする。」と振り返り、「簡単だった。」と答えている。

紙ブロックを用いて操作することで、ひき算をイメージして考えさせることができた。C児は、紙ブロックの操作を見た瞬間に答えをつぶやいた。また、「ばあっとわかった。」と紙ブロックを使って考えることを振り返っている。「ばあっと」という言葉から、一度に引けて答えが求められるという紙ブロックのよさを感じていることが分かる。学習を進めるにつれて、B・C児の立式の誤りがなくなったのは、操作と図と式が結び付いてきたからである。ただ求残、求補では1種類の紙ブロックを用いるが、求差では2種類の紙ブロックを用いて並べて考えさせた方が考えやすい。場面に応じて用いる紙ブロックを準備することが必要である。

(2) 図解する活動について

B・C児は初め、被減数・減数の区別ができず、紙ブロックを貼る位置を間違えていた。しかし、学習を進めると紙ブロックの操作やノートへの表現に慣れ、正確な答えを求めることができた。紙ブロックは、操作と図とを結び付け、児童一人一人が考えた道筋をそのままノートに表すものとなり、分かりやすい説明・発表を導き出すことができた。また筆者にとっても、紙ブロックが貼られたノートを見ることで、A・B・C児の思考を把握したり、児童の変容を見取ったりできるようになった。一人一人の理解度や思考の変容を把握する上で、大変有効な手立てとなった。減数に印を付けて区別すること、貼る位置を統一することを徹底し、さらに分かりやすい表現が身に付くようにしたい。

(3) 説明する活動について

A児は、自分の考えを筋道立てて、紙ブロックを動かしながら相手に説明していった。B児も、積極的に紙ブロックを動かしながら自分の考えを他児童に伝えていた。紙ブロックの操作を思い出すことで、分かりやすい説明をすることができた。言葉だけでは説明できない児童も、紙ブロックを動かすことで自分の考えを伝えようとしていた。単元後のアンケートで、紙ブロックを使って考えることは、91%の肯定的回答が得られた(図2)。一方、紙ブロックを使って説明することの肯定的回答は72%にとどまっている(図3)。「大変」「分かりにくい」「難しい」の否定的回答が28%ある。隣同士の説明だけでは、間違った理解をしていた児童もいたので、全体で説明の仕方を確認するなど、今後は説明の仕方や式で正確に表すことをより重視した指導を行いたい。

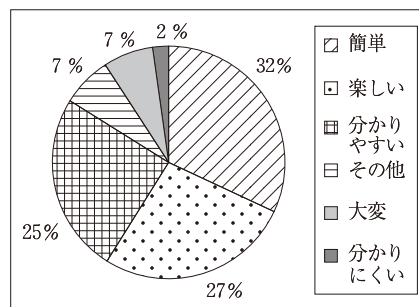


図2 紙ブロックを使うのは？

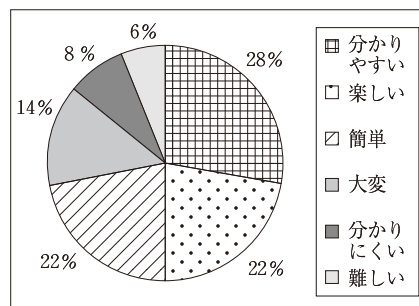


図3 紙ブロックでの説明は？

7 結語

単元前の5月と単元後の7月末で、算数が「好き」と答えた児童が16人であるのは変わらなかった。しかし、その理由に変化が見られた。5月は「おもしろい」や「楽しい」が43%であり、それが一番の理由であった。一方7月には、「答えがすぐに出る」30% (+12ポイント)、「簡単」24% (+3ポイント)、「計算が楽」20% (+2ポイント)となった。紙ブロックという教材を用いてひき算を指導したことにより、児童は、算数をもつ「事象を論理的に説明することができる」といった楽しさを実感できた。今後も数学的な表現力を育成しながら、算数が好きと答える児童を増やしていきたい。

引用・参考文献

- 1) 文部科学省 「小学校学習指導要領解説 算数編」 東洋館出版社 2008年 p.8
- 2) 文部科学省 同上 p.8
- 3) 文部科学省 同上 p.21
- 4) 石田忠男 「算数・数学『教授＝学習』過程における表現体系の研究(1)」 広島大学教育学部紀要 1984年 pp.77～86
- 5) 「小学校算数 1年 教師用指導書・第一部解説編」 学校図書 2011年 pp.125～126
- 6) 山本和江 「数学的な見方・考え方を練り合う指導の工夫ー1年 繰り下がりのある減法の指導を通してー」 上越教育大学学校教育実践研究センター編 「教育実践研究第8集」 1998年 pp.71～76