

[算数・数学]

仲間と考え話し合うよさを実感し、新たな認識をつくり出していく指導の工夫

－中学校2年「くじ引きのあたりやすさに違いはあるか」の実践より－

齋藤 忠之*

1 はじめに

学習指導要領では「生きる力」を育むという理念のもと、知識や技能の習得とともに思考力・判断力・表現力などの育成を重視している。それに伴い、中学校数学科では、知識・技能を習得し、様々な事象を数理的に考察し、表現する能力と態度を養うことが求められている。また、OECD（経済協力開発機構）のPISA2012年調査では、数学的概念を利用したり、数学的結果を応用したりする問題に課題がみられたことが挙げられている¹⁾。平成25年度全国学力・学習状況調査中学校数学の主として「活用」に関する問題においても、問題解決の方法を数学的に説明する問題の全国平均正答率が30.3%、新潟県（公立）の平均正答率が27.9%と低く、課題となっている。

一方、「日常生活において、数学がどんな時に役立つと思うか」について本校生徒（対象・中学校2年1学級40名）に調査したところ、買い物の場面と答えた生徒が非常に多くいた。それ以外の記述があまり見られなかった。これは、導入場面において日常事象と関連した問題を広く扱ってきたが、逆に数学を日常事象に生かしたり、結び付けて考えたりする経験に乏しいのではないかと考えられる。例えば、くじ引きの順番によるあたりやすさの違いについて、次のように答えている。「最初がいい」と答えた生徒が2人、「真ん中辺り」と答えた生徒が13人、「最後がいい」と答えた生徒が23人いた。「違いがない」と答えた生徒はわずか1人であった。これは、日常生活の中で確率に触れる機会は様々あるが、くじ引きについて考えるとき、数学で学んだことより、生活経験上の考え（後がよさそう。残りものには福がある。）を優先させてしまっているといえる。このように、数学で学習したことを積極的に日常に生かす態度や能力、そして実際に根拠を示して明らかにした経験が少ないという生徒の実態がうかがえる。したがって、日常事象を数理的に考察する態度、その妥当性などについて根拠を明らかにして筋道立てて説明し、表現する能力を高める必要がある。

また、手だてとして「協働型学習」を組織する。「協働型学習」とは、「問いをもち、進んで問題に取り組み、仲間とのかかわりを通し、新たなとらえをつくり出し、共有していく」²⁾学習方法である。本校園の研究テーマでもある「協働型学習」によって、様々な事象を数理的に考察し、表現する能力と態度を養っていききたい。

2 研究の目的

本研究の目的は、次の二つとする。

- (1) 仲間と考え話し合うよさを実感する指導の工夫
- (2) 話し合いの中で互いの考えをよりよいものにし、新たな認識をつくりだす生徒の育成

3 研究の方法

生徒同士の考えにずれが生じる課題を示す。その課題に対して生徒一人一人が問いを湧出し、具体的な数を用いて追究し、結果を検討していく。仲間とのかかわりを通して、自他共に納得のいく説明をつくりあげていく。その中で新たな認識をつくり出し、共有していく「協働型学習」を組織する。その指導効果を生徒の変容をもとに考察する。

4 実践

(1) 単元名 中学校2年 確率「くじ引きのあたりやすさに違いはあるか」

(2) 単元の目標

- ① 「くじ引きのあたりやすさは順番によって違いはあるか」の真偽を予想し、検証するために具体的な数で調

* 新潟大学教育学部附属長岡中学校

べたり，確かめたりして説明を記述する。

- ② 自分の考えを仲間と説明し合う活動を通して，互いの考えの妥当性や関連性を検討して，自他ともに納得のいく説明をつくりあげる。

(3) 単元計画 (全8時間)

1次 確率の意味 (3時間) ◎画びょうの上向きと硬貨の表について，どちらが出やすいと言えるか。 ◎さいころの1つの目が出る割合を予想し，実験で検証する。 ◎2枚の1円玉を投げたときに，表-裏になる確率を求める。		
2次 様々な確率 (3時間)		
問題解決のサイクル	子どもの状況と教師の主な手だて	表出する主な資質・能力
問題をもつ	○根拠をもとに説明しよう。〈協働の場面①〉	(評) 数学的な問題やその解決方法を見通すことができたか。
見通しをもつ	○自分でくじの本数を決めて，考えてみよう。	
解決する	◎お互いが調べたものを，説明しよう。(本時) 〈協働の場面②〉 ・自分の調べたものを相手に分かるように伝え，それぞれがそれぞれに説明する。異なる方法の説明を聞き，自分の考えを確かにする。	(評) 考えを数学的な表現で表し，伝え合うことができたか。
振り返る	・多くの本数のくじ引きについてのあたりやすさについても説明できる。	(評) 数学的な知識をとらえ直すことができたか。
不確定な事象でも，「同様に確からしい」場合の数を求めることで，確率を求めることができる。		
3次 様々な確率 (2時間) ◎様々な事象についての確率を求めてみよう。		

(4) 「協働型学習」の位置付け

生徒は，これまでの学習において，様々な確率を予想し，実験を用いて検証する方法，統計によらず表や樹形図を用いる方法，計算を利用して確率を求める方法などの様々な方法を用いて解決してきた。そして，互いの交流を通して，それぞれの方法のよさを理解してきている。くじ引きのあたりやすさの違いについても同じことがいえる。既習の知識や技能を活用して議論が起り得ることを示唆している。また，生徒一人ひとりが問いを湧出し，くじ引きの条件を自由に設定していくことが予想される³⁾。様々な条件での確率について各自追究し，話し合いを中心に結果を検討していくように「協働型学習」で進めていく。その学習を通して，仲間と考えを話し合うよさを実感し，新たな認識をつくり出していく姿と能力の高まりについて検証する。次に具体的な手だてとして，3点記述する。

(5) 指導の手だて

① 「問いをもち，進んで問題に取り組む」ための手だて①

手だて①として，生徒同士の考えが分かれ，説明の根拠が明確でない課題（くじ引きのあたりやすさの違いを，生徒は様々な条件設定のもと取り組んで行く課題）を提示する。また，どの生徒がどのような条件設定のくじ引きについて考えたか，説明できているかという取組状況を一覧「考えの分布表」（図1）としてまとめる。取組状況を可視化することで，生徒同士の交流を活発にしていく。

② 「仲間とのかかわりを通し，新たなとらえをつくり出す」ための手だて②

手だて①で提示した一覧「考えの分布表」に途中段階での取組状況を記入させ，似た条件設定を調べている生徒同士，異なる条件設定を調べている生徒同士がお互いに分かるように可視化する。そして，「自分の考えを確かにしよう」「違った考えの仲間が納得するように説明しよう」という目的意識を生徒にもたせ，自他共に納得のいく説明を考えさせるよう働きかける。

③ 「共有していく」ための手だて③

複数相手との交流結果を記述するワークシートを準備し，より多くの生徒と交流させる。交流中，その都度ワークシートの相互評価の欄を互いに記入させる。振り返り項目を工夫し，仲間と考えを話し合うよさを実感できるようにする。

※生徒の調べている状況の分かる一覧表
(生徒が調べるものを書き出して一覧表にする)

生徒	2本中 1本が あたり	3本中 2本が あたり	4本中 1本が あたり
A	○		
B		○	
C	○		
D	○		
E	○		
F		○	
G		○	
H	○		
I	○		
J	○		
K			○

(○は取り組んだ，◎は説明できそう)

図1 考えの分布表

5 授業の実際

(1) 「協働」場面までの様子

【原問題】について、話し合いを中心に解決した。その際、樹形図と計算式を用いた方法が、それぞれの別の生徒から出された。課題「くじ引きの中には引く順番によってあたりやすさに違いが出てくる条件があるのだろうか。」を提示し、議論させた。その中で、違いがあるかも知れないと反応した生徒が数名いた。手だて④を講じた課題に対して、場合を尽くすことへの問題意識が誘発され、生徒同士の考え方のずれが顕在化した場面である。教師の働き掛けや互いの議論を通して、本時は追究課題「自分で条件変更させたくじ引きについて、確率の違いがあるかを説明してみよう」が設定された。その解決に向け、各自が様々な条件で追究する契機となった。

【原問題】 箱の中に形や大きさや手触りなどすべて同じ玉が3個入っています。そのうちあたり玉が1個です。3人の人が順番に、この箱から玉を1個ずつ取り出していきます。いったん取り出した玉は、箱には戻しません。そのとき、一番目に取り出した生徒があたる確率と、二番目に取り出した生徒があたる確率と三番目に取り出した生徒があたる確率とは違いはありますか。」

「あたりやすさに違いが出てくるくじ引きがあるかも知れない」と考えた生徒の発言

生徒S 「違いはないと言ってよいのだと思うけど、これで説明されたとは言い切れないと思う。いくつか調べてみる必要があると思う。」

生徒M 「残り物には福があるともいうので、もしかしたら違うくじ引きだったら同じようには行かないんじゃないかと思う。だから、条件が変わった場合、あたりやすさが違うのもある気がする。」

生徒Y 「これは僕の考えたことなんで正しいかどうか分かりませんが、全てを調べたわけではないので、この場合は分からないとした方がいいと思う。」

以下に、生徒がどのようにくじ引きを条件変更したか、確率の違いについての予想を示す。(表1)

表1 生徒が原問題の条件設定を変更し、取り組んだ課題

条件設定の変更	取り組んだ生徒の人数	あたりやすさの違いはあるか(予想)	生徒が取り組んだ条件設定の変更(一部抜粋)
ア あたり玉の個数	13人	違いはない…11人 違いはある…0人 分からない…2人	3個中2個あたり、3人の人が順番に1個ずつ取り出していく。
イ 玉の総数	31人	違いはない…29人 違いはある…0人 分からない…2人	8個中1個あたり、3人の人が順番に1個ずつ取り出していく。 12個中1個あたり、10人の人が順番に1個ずつ取り出していく。
ウ 引く人数	21人	違いはない…19人 違いはある…0人 分からない…2人	3個中1個あたり、2人の人が順番に1個ずつ取り出していく。
エ 玉を戻す、戻さない	10人	違いはない…4人 違いはある…4人 分からない…2人	3個中1個あたり、3人の人が順番に1個ずつ取り出していく。 いったん取り出した玉は、箱に戻すものとします。
オ 玉の取り出し方	14人	違いはない…11人 違いはある…0人 分からない…3人	9個中1個あたり、3人の人が順番に3個ずつ取り出していく。
カ 新たな条件	15人	違いはない…9人 違いはある…2人 分からない…4人	50個中1個あたり、5人の人が順番に2個ずつ取り出していく。 3個中1個あたり、3人の人が順番に1個ずつ取り出していく。 これを3回繰り返す、1回目、2回目と引いた玉によって順番を変える。

(2) 「協働」場面の実際(生徒Aと生徒Bのグループ交流を中心に)

次に「協働」場面を中心に示す。「協働型学習」のねらいである「問いをもち、進んで問題に取り組み、仲間とのかかわりを通し、新たなとらえをつくり出し」ていくことについては、観察記録の結果より分析する。「共有していく」ことについては、観察記録の結果とワークシートの記述から分析する。

生徒Aは、玉の総数とあたり玉の個数を条件変更していた。確率に違いはないと予想していた。生徒Bも、同様に玉の総数とあたり玉の個数を条件変更しており、確率の違いについては分からないとしていた。互いに「他の人の説明を参考にして、自分の説明を確かなものにした。」と考えていた。そこで、手だて④で提示した一覧表を参考に、同じような条件変更に取り組んでいる人同士、異なる条件変更に取り組んでいる人同士を交流させた。生徒A、Bの交流は、次のように進んでいた。

- A1：分からない。でも一応、それなりに書いてきたよ。
 B1：(Aさんが書いてきた樹形図を見て)長い…。
 A2：俺のやつは9個までボールがあって、1人3個の状況でこれを作ってみたんだよ。9個まであってあたりを①、②、③としたときに、できる組合せが56通りあるんだよ。その状況で設定が全部で $56 \times 9 = 504$ 通りある。そのうちあたりが168通り、約分すると3分の1になる。
 B2：(うなずきながら聞いている。)これ、計算で求めると？
 A3：求められるんだろうけど、よくわかんなかった。
 B3：1人目は $3/9$ 、2人目の人はあたりがなくなる可能性は $3/9$ 、はずれる可能性は $6/9$ 、これが1回目？2回目のBさんが引くときにあたる確率が $3/8$ か $2/8$ 。ここでどう計算すればいいのか分かんなかった。
 A4：Bさんが真ん中であたるやつで、①か②か③のやつ。24通りあって…。
 B4：だんだんとおおざっぱになってきたね。
 A5：で、Cさんは？ってなると、③、②、①ととどんどんやってくと14通り。2番目の人も14通り、1番目の人と順にやってくると168通り。168/504だから $1/3$ 、違いはない？
 B5：計算で求められたらもっといいよな。樹形図でやるとAさんみたいにめんどくさくなるから条件はAさんと同じで考えてみるか。まず、Aさんがあたる確率だけど、9個入って3個あたりがあって、次に後で戻さないんだよね。Aさんがあたる確率は $3/9$ で $1/3$ 。次にBさんがあたる確率でいくと、Aさんが外れてBさんがあたる確率だから、Aさんが外れるのが $6/9$ 、Bさんがあたる確率のが $3/8$ で、これをかけあわせると $1/4$ になる。
 A6：(うなずきながら聞いている。)うん、ここまでは樹形図でも同じ結果だ。
 B6：これ、計算で求めると？そして、Aがあたるのが $3/9$ でしょ。Bがあたると $2/8$ でしょ。これをたして、通分すると $1/4$ たす $1/12$ だから $1/3$ が出てくる。
 A7：あー、そうだな、うん。(うなずく。)
 B7： $1/84$ が出てきて、 $1/14$ が出てくる。 $5/28$ が出てくる。 $1/14$ が出てきて、これ全部たすと $1/3$ になる。で、9人だから、D、E、Fと全部出てくるから、めんどくさくなるから全部まだやってないけど、これありだと思う。
 A8：(うなずく)いいね。OK。
 C1：今度は僕ね。これを割合で考えると、15個中5個で考えたとき、前でやった方法で行くと、 $1/3$ になんのね。あたりが1個だったら、全部考えて $1/15$ になったの。あたりが2個になるとあたりになる確率が2倍になるかも知れないというのが、俺の頭の中の推測できたわけ。案外あり？可能性ある？
 B8：うーん、これありだな。この表で説明するやついいね。A、A！聞いて。30個中2個で考えたとき、Aの樹形図でいくと確率 $1/15$ になってるよね？
 A9：なってる、なってる。
 B9：で、この20個あたりの場合、30個中2個あたりってやつ10倍だから、 $1/15$ に10倍をかけると $10/15 \dots 2/3$ でいいのかな？あたりが出て玉がなくなるまで引き続ける！割合って考えていいのかわかんないけど、割ったり、玉の数を少なくしたりするのはありなんじゃない？
 A10：このあたりの数、仮に5倍としても $1/3$ になるし、合ってる。大丈夫なんじゃない。
 B10：正直、計算のやり方が分からないんだよな。3/8ってどこから出たの？6/9は？こっちは足し算とかけ算を使いわけて、かけるのは理解できる。たすのは同じ、分母が同じって言うのは場合の総数。起こり得る場合が違うんだよ。その点、表だとわかりやすいよな。
 A11：15個入って、あたり玉が5個でとやっていって…こうやっていくと、表にするとわかりやすい。一番この中でめんどくさいのは樹形図、使わずに計算で求められるといい。あたり玉が2個、はずれ玉が28個なんですよ。あたり玉が1個、はずれ玉が14個と同じじゃない？
 B11：おぉー、俺らの考え3つ合わせると最強じゃん。

生徒Aは「9個の玉のうち3個があたり玉」について、家庭学習として樹形図をかいてきた生徒である。「協働」場面では実際にかいてきた504通りまでの樹形図を用い、説明を試みしている。一方、生徒Bは「30個の玉のうち2個があたり玉」について、計算式での説明を試みた生徒である。しかし、生徒Bの計算式での説明は途中までしか書けてなかった。この段階で、二人の生徒の交流は、計算式で説明したいという共通のめあてでつながっていた。(図2)

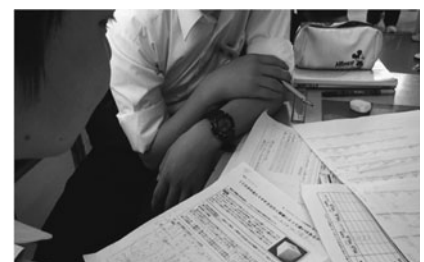


図2 生徒Aの考えを生徒Bの樹形図で確認しながら、交流を進めている様子

次に説明の様子を見ると、相手との対話による説明が多く見られた。生徒Aは相手の様子を見て、反応を伺いながら説明している(A2)。また、相手の説明を聞きながら確認のための質問をしている姿が見られた(A5)。生徒Bは生徒Aの樹形図を見て1つ1つの確率を計算におきかえながら話を聞くことができ(B3)、生徒Aの条件設定について樹形図を参考に計算式で求める手だてを考え、1つ1つ確認しながら話を聞いている(B5)。手だて③でのワークシートを用いながら、生徒Aの説明は生徒Bの思考を助け、生徒Bの反応が生徒Aの思考を助け、相互にプラスの影響を受け合っていると考えられる。

交流後の様子を見ると、生徒Bは、自分自身が条件変更した確率だけでなく、生徒Aが取り組んだ「9個中3個があたり玉」についても、計算で説明できるようになっていた。そのことを生徒Aにも伝えていた。生徒Aは生徒Bの説明を聞き、計算による説明を理解した。生徒A・Bは、交流してよかったことについて次のように記述している。

生徒A「計算で玉を引ける確率とあたる確率を求める方法は多少複雑だが理解できた。納得。」

生徒B「時には根気が必要。樹形図を見たことで、自分の(計算による)説明が確実になった。」

生徒A、Bの交流を振り返っての記述(ワークシート)

手だて②を講じた交流活動を通して、二人は互いに交流のよさを実感としてとらえている。以上のことから、二人の生徒は「協働」を通して、各自の説明をより確かなものとし、理解を深めることができたといえる。その後、生徒AとBの交流に、生徒Cが加わった。生徒Cは「あたり玉15個のうちはずれ玉5個のあたる確率」についての説明を行っていた生徒である。生徒Cの「同じ比の3個中1個あたりの玉の個数を増やしても変わらないのではないか」という予想の上での説明を聞き、生徒Bは自分の考え方による計算式での説明をより確かなものにしていった(B9)。生徒Aは、生徒Cの予想の信憑性を自分のかいてきた樹形図で確認しながら、生徒Cの説明を聞いていた(A10, 11)。交流後、生徒A, B, Cは意気揚々と黒板に掲示された分布表へと向かい、自分たちの印を○(取り組んだ)から◎(説明ができる)に書き直していた。(図3)



図3 仲間と交流したことで、自分の説明を確かにし、分布表を書き直す生徒A, B, C

(3) 「協働」場面後の様子

本節では、その後のクラス全体で交流した場面について述べる。全体での交流は、生徒Eがまず発言した。生徒Eは、くじ引きの条件を復元抽出に変更した生徒である。

① 生徒Eの発言

生徒Eは、確率に違いがあると予想した生徒と違いがないと予想した生徒が混在するグループ内で交流していた。その中で、生徒Eは3個の玉のうちあたり玉が1個で取り出した玉は戻すという条件での説明を行っていた。生徒Eはグループの中で、次のような発言をした。

「仮に最初にくじを引く人をAさんとして、Aさんが最初に玉を取り出した後、一度戻してもらうので、Bさんが引く確率も3分の1になります。これでやっていくと、ちょっとわかりにくいんですけど、この3個のうちあたり玉が1個できて、あたり玉が全部で10通りになって、あたりが9/27になり、約分すると1/3になります。よって引く順番によって違いはないと言えます。」

比の考えを使った帰納的な説明である。この発言によって、樹形図や計算式で求めていた他の生徒が、自分の説明に自信がもてたとワークシートの記述から読み取れた。

② 生徒Fの発言

「交流中、何か問題となったことはなかったか？」と教師が全体に尋ねたところ、生徒Fが次のような発言をした。

「私はEさんと同じように玉を一度戻すグループで交流したんですけど、同じ玉を戻すと言っても、例えば私やGさんはあたりが出たら、玉を戻さないようにしていました。一方、Hさんは、Aさんがあたった場合、そのAさんのあたり玉も戻して、Bさんが引くとしていました。そこら辺でよく分からなくなったというか…同じ玉を戻すというくじ引きでも、あたりが出た後でも続けるのか、続けないのかという条件設定が違ってればあたりやすさが違ってくるのではないかと思います。条件設定は、扱いが難しいなと思いました。」

生徒Fの発言をもとに、それぞれの条件設定についての妥当性を学級全体で検討した。最終的に、あたりを引いてからのことも条件として決めておく必要があるという学級全体での合意形成に至った。別々な条件設定での復元抽出を考えていた生徒も、「みんなで話し合っ解決できた」などの意識に変容していったことが推察される。その後も、話し合いを中心に学習を進め、様々な説明から帰納的に判断し、「順番によりあたりやすさに違いはない」と結論づけた。

6 考察

(1) 手だて①について

各自の考えた条件設定と確率の違いに対する予想を聞き、まとめたのが「考えの分布表」である。この分布表は教室の前面黒板に提示していたが、名簿順ではなく、似た条件設定同士の生徒が近くになるように並べ替え、自分と近い条件設定を考えている生徒が誰か分かるような状態のものを提示した。それにより、互いの状況がより鮮明に可視化され、交流の途中で考えが変われば分布表を修正したり、分布表を見て交流相手を決めたりしていた。また、教師も分布表に生徒が書き込んだ状況を見て、自分の説明に自信もてない2名の生徒(H, M)に対し、個別の支援しに行くことができた。生徒にとっても、教師にとっても、学級全体の状況を一目見て確認することができ、情報発信基地局のような役割を「考えの分布表」が果たしていた。

(2) 手だて②について

手だて①の分布表を参考に、似た条件変更、異なる条件変更同士の生徒を交流させたわけだが、生徒一人一人に交流の目的意識を事前にもたせるようにした。代表して2名の生徒に発言を求めたところ、次のように述べていた。

生徒Y 「同じような人と交流するときは、自分の説明に自信がもてるようにいろいろな人の説明を参考にしたい。違う説明の人と交流するときは、自分の説明を理解してもらえるように、わかりにくい説明だと言われればまた別の説明をしたり、相手の考えもよくわかるようにしたい。」

生徒H 「同じ考えの人とやるときは、まだ自分の考えに自信がもてないので、指摘とかをもらって、違う条件の人とやるときはアドバイスを生かして交流したい。」

図4 実際に用いた一覧「考えの分布表」

似た条件設定の人との交流を通して説明をより強固なものとし、異なる条件設定の人との交流を通して互いの説明を理解することを、交流のねらいとしている。そのねらいは、2人の生徒の発言に代表されるように、明確につかませることができたと言える。自他共に納得のいく説明を考える目的意識をもち、自分の考えを相手に積極的に伝えたり、相手に質問したりすることができた。そして、「協働」を通して、生徒一人一人がより強固な説明を考えていた。

(3) 手だて③について

複数の相手と交流の様子を相互に評価し合えるワークシートを用いた。それにより、多くの相手と聞き手を意識した説明による交流がなされた。その都度ワークシートの相互評価の欄を記入させたことで、説明の質を徐々に高めていく生徒の姿を確認している。自分が相手にとって役だったことを自覚し、互いの考え方や方法に納得し合い、互いにプラスの影響を受け合っていたことが、交流後のワークシートの記述から読み取れた。

7 成果と課題

(1) 成果

本単元において、生徒は幾度か自分の考えに不確かさを感じる状況におかれている。その状況こそが、問いを追究する意欲の出発点であり、生徒を「協働」場面へと向かわせている。また、「協働」場面に向かう手だてを明らかにすることができた。確率を根拠に自ら吟味したり仲間と検討したりして、自らが条件設定した確率の説明をつくり上げていた。また、「くじ引きの中には引く順番によってあたりやすさに違いが出てくる条件があるのだろうか。」に対する考えを自分たちの交流の中から帰納的に見いだしていった。一人では解決が困難で、不確かさを感じる状況をつくり出すことは、「協働」場面に向かわせるのに有効であった。

(2) 課題

今実践で生徒が設定した条件変更の中に復元抽出と非復元抽出があった。玉の総数、あたりの個数を変更する他の条件設定に対し、やや異質な条件変更で複雑さを増していた。他の条件設定の変更と同等に扱うのであれば、導入課題として「5個のうち3個があたりの場合と2個があたりの場合があったとして、あたりの個数と引く順番によって確率に違いがあるか」とするなどして、生徒の思考を焦点化させてからの方が、さらに議論が深まったのではと考えられる。

また、本実践の「協働」場面の中で、似た条件設定の変更したものを異なる方法で説明する生徒同士の交流がいくつか見られた。ある程度は、説明に用いる方法の違いによる交流は予測していたが、具体的な手だてが不足していた。事前に生徒の状況をとらえ、教師の手だてによって、方法に違いがある生徒同士を交流させる工夫が必要であった。

引用参考文献

- 1) 『確かな学力と豊かな心をこどもたちにはぐくむために』、文部科学省、2004.2
- 2) 研究紀要2014「社会的な知性を培う（第12次研究 第1年次）」、新潟大学教育学部附属長岡中学校、2014.5.28
- 3) 金子忠雄監修。井口 浩・小田暢雄・風間寛司・星野将直・宮 宏之・神林信之著：学びの数学と数学の学び、明治図書、2002.5